

※ 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.(40점)

[가] 두 금속에서의 정전기 유도 현상을 이용하여 대전된 전하를 모아두는 장치를 축전기라 하며 축전기에 전하를 저장하는 현상을 충전이라고 한다. 전위차  $V$ 인 전지를 축전기에 연결했을 때 충전되는 전하량을  $Q$ 라 하면  $Q/V$ 를 이 축전기의 용량( $C$ )이라 한다.

[나] 전기장 내의 기준점으로부터 어떤 점까지 단위전하를 옮기는 데 필요한 일의 양을 전위라고 한다. 전기장 내에서 (+)전하를 전기장의 반대방향으로 이동시키려면 전기력을 거슬러 일을 해 주어야 한다. 전하를 이동시킬 때 외부에서 전하에 해 준 일만큼 전하는 전기력에 의한 위치에너지를 갖게 된다. 따라서, 수식으로 표현하자면, 전위  $V=W/q$  ( $W$ 는 일,  $q$ 는 전하량)가 된다. 전위는  $q$ 에 무관한 공간의 함수이다. 전위는 시간에 무관한 전기장 내에서, 단위전하 당 위치에너지인 셈이다.

전위의 기준점은 임의적이며, 따라서 기준점을 달리하면 각 점의 전위값은 변하게 된다. 그래서 물리적으로 의미있는 양은 두 점 사이의 전위차이다. 단위전하(+1C)을 옮기는데 1J(줄)의 일이 필요할 때 두 점 사이의 전위차를 1V(볼트)라고 정의하고 전위차 또는 전압의 단위로 사용한다. 수식으로 쓰자면,  $1V=1J/C$ 이 된다. 대전체에서 무한히 멀리 떨어진 점의 전위를 0이라 정할 때, 무한히 먼 곳에서 전위  $V$ 인 한 점으로 전하량  $q$ 를 갖는 점전하를 가져오는데 필요한 일은  $W=qV$ 이다. 특별한 상황이 아닌 경우 무한히 먼 지점을 전위의 기준으로 하는 것이 일반적이다.

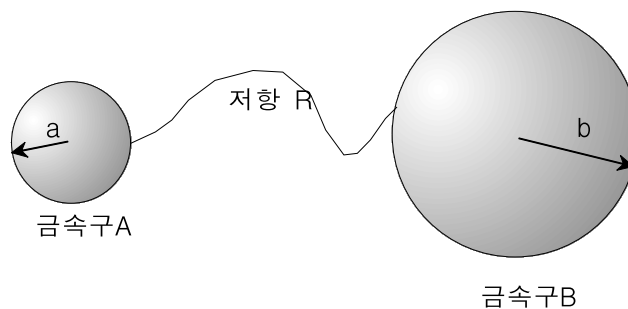
[다] 반지름  $r$ 인 균일한 금속구의 표면에  $Q$ 만큼의 전하량이 대전되어 있을 때, 금속구로부터  $R(>r)$  만큼 떨어진 점에서의 전기적 성질은 금속구의 중심에 점전하 $Q$ 가 있다고 생각하고 측정한 값과 같다.

[라] 전위가 다른 두 지점을 저항이 없는 도선으로 이으면 전류의 흐름이 발생한다. 전류의 흐름은 두 지점의 전위가 같아질 때까지 계속된다.

● **논제 1** 반지름  $R$ 인 균일한 금속구에 전하량  $Q$ 가 대전되어 있다. +1C을 띤 대전체를 금속구로부터 무한히 멀리 떨어진 곳에서 금속구로부터 거리  $r$ 인 지점까지 가지고 오는데 필요한 일을 구하는 과정을 설명하시오. (단,  $r>R$ ) (10점)

● **논제 2** 반지름  $R$ 인 균일한 금속구에 전하량  $Q$ 가 대전되어 있다. 이 금속구 표면의 전위와 금속구에 저장된 전기에너지를 구하시오.(10점)

● **논제 3** 두 금속구A(반지름  $a$ )와 B(반지름  $b$ )가 각각 전하량  $Q$ 로 대전되어 충분히 멀리 분리되어 있다. 오른쪽 그림과 같이 두 금속구를 저항이  $R$ 인 전선으로 연결하였다. 충분한 시간이 지난 후, 각 구 표면에서의 전위, 전하량을 구하라. (10점)



● **논제 4** 전하가 이동하는 과정에서 전선의 저항에서 발생하는 열에너지를 구하라. (10점)

[문제 1] 거리  $r$ 인 점에서 전기장의 세기는  $E = k\frac{Q}{r^2}$  이므로  $+1C$  이 받는 전기력은  $E$ 와 같고 따라서 한 일은 다음과 같다.

$$W = \int E dr = \int_r^\infty k\frac{Q}{r^2} dr = k\frac{Q}{r}$$

단계	내 용	배점
1	전기장의 세기가 바른가?	4점
2	일을 적분을 통하여 바르게 구했는가?	6점

[문제 2]  $r = \infty$ 에서 전위를 0이라 하면 R까지 가지고 오는데 해야 하는 일은 위에서 구한 것처럼  $k\frac{Q}{R}$ 이므로 금속구 표면에서 전위는 다음과 같다.

$$V = k\frac{Q}{R}$$

Q가 0에서 Q까지 증가할 때 전위는 0에서  $V = k\frac{Q}{R}$ 로 증가한다. 금속구에 전하를 0에서 Q를 가져가기 위해 해야 할 일의 총합은  $\frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}k\frac{Q^2}{R}$ 이다. 따라서 이 금속구에 저장된 전기적 위치 에너지도  $\frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}k\frac{Q^2}{R}$ 이라 할 수 있다.

단계	내 용	배점
1	금속구 표면의 전위를 바르게 구했는가?	2점
2	일의 양이 저장된 전기에너지와 같음을 지적하였는가?	2점
3	전위가 0에서 $V = k\frac{Q}{R}$ 로 증가함을 지적하였는가?	3점
4	일의 양이 $\frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}k\frac{Q^2}{R}$ 임을 구하였는가?	3점

**[문제 3]** 두 금속구는 전선으로 연결되어 있으므로 전위가 높은 금속구(작은구)에서 낮은 금속구로 전류가 흘러 같은 전위가 될 것이다. 이 때 전하량을 각각  $Q_1, Q_2$  라 하면 다음 두 식이 성립한다.

$$k \frac{Q_1}{a} = k \frac{Q_2}{b}, Q_1 + Q_2 = 2Q$$

이를 연립하여 풀면 각각의 전하량은 다음과 같다.

$$Q_1 = \frac{2a}{a+b} Q$$

$$Q_2 = \frac{2b}{a+b} Q$$

각 구에서의 전위는 같으며 다음과 같다.

$$k \frac{Q_1}{a} = k \frac{Q_2}{b} = k \frac{2Q}{a+b}$$

단계	내 용	배점
1	두 구의 전위가 같아짐을 지적하였는가?	2점
2	두 구의 전하량의 합이 2Q임을 지적하였는가?	2점
3	두 구의 전하량을 각각 구하였는가?	3점
4	두 구의 전위가 $k \frac{Q_1}{a} = k \frac{Q_2}{b} = k \frac{2Q}{a+b}$ 임을 구하였는가?	3점

**[문제 4]** 도선이 연결되기전 두 구에 저장된 전기에너지와 도선이 연결되고 전류가 흘러 전하의 재분포가 이루어진 후 저장된 전기에너지의 차이와 같다.

$$\text{도선이 연결되기 전 전기에너지: } \frac{1}{2} k \frac{Q^2}{a} + \frac{1}{2} k \frac{Q^2}{b}$$

$$\text{도선이 연결된 후 전기에너지: } \frac{1}{2} \times 2Q \times k \frac{2Q}{a+b} = \frac{1}{2} k \frac{4Q^2}{a+b}$$

$$\text{전선의 저항에서 발생한 열에너지: } \frac{1}{2} k \frac{(a-b)^2}{ab(a+b)} Q^2$$

단계	내 용	배점
1	전선으로 연결하기 전과 후의 전기에너지 차이가 저항에서 발생하는 열에너지와 같음을 지적하였는가?	3점
2	따로 떨어진 두 구에 저장된 전기 에너지를 바르게 구하였는가?	2점
3	전선으로 연결된 후 두 구에 저장된 전기 에너지를 바르게 구하였는가?	2점
4	두 에너지의 차를 바르게 구하였는가?	3점

※ 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (40점)

[가] 저항에 흐르는 전류의 세기가 약하더라도 오랫동안 흐르면, 강한 전류를 잠시 동안 흘릴 때 발생하는 열량과 같은 열량을 얻을 수 있다. 이와 같이 세기가 다른 전류에 의하여 발생하는 열량을 비교할 때에는 1초 동안 공급되는 전기 에너지를 비교하면 편리하다. 전원에 의하여 1초 동안 공급되는 전기 에너지를 전력이라고 한다. 전압  $V(V)$ 가 걸린 도선에  $I(A)$ 의 전류가 시간  $t(s)$  동안 흘렀다면, 전기 에너지는  $W = VIt$ 이므로 전력  $P$ 는 다음과 같다.

$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

이 된다.

[나] 패러데이 전자기유도 법칙에 의하면, 자기선속  $\Phi$ 가 시간  $t$ 에 따라 변할 때 유도기전력  $V$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$V = - \frac{d\Phi}{dt}$$

여기서 자기선속은 회로에 수직으로 통과하는 자기력선의 양을 말하기 때문에 자기장의 크기, 회로의 면적 또는 회로와 자기장 사이의 각도가 변하면 자기선속이 시간에 따라 변하게 되어 기전력이 발생한다. 이때, 기전력의 방향은 렌츠의 법칙에 의하여 회로가 이루는 면을 관통하는 자기선속 변화를 방해하는 방향으로 작용하게 된다.

그림1의 (a)처럼 도체로 만들어진 원통을 수직으로 세워 그 안에 원기둥 모양의 자석을 N극이 위로 오게 해서 살짝 떨어뜨렸더니 곧 일정한 속도(종단속도)로 낙하했다. 이것은 자석이 원통 안을 통과 할 때, 전자기유도에 의해 원통에 유도전류가 흐르기 때문이다. 자석의 종단속도가 어떻게 정해지는지를 구하기 위해서 도체원통을 그림1의 (b)처럼 같은 간격으로 쌓여진 여러 개의 도체 링으로 바꿔서 생각해 보자.

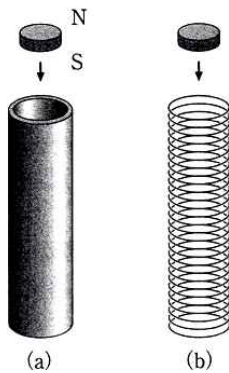


그림 1

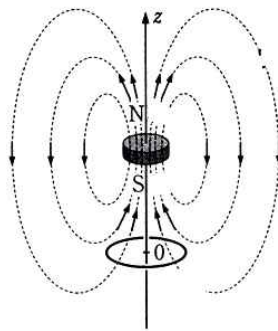


그림 2

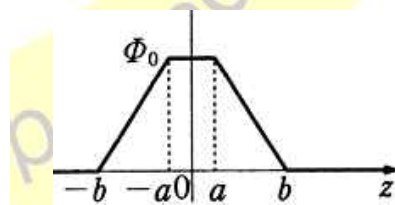


그림3

## ● 문제 1 (15점)

그림2 처럼 1개의 링이 수평으로 고정되어 놓여있고, 자석이 그 링의 중심을 일정한 속도  $v$ 로 지나가는 경우를 생각해 보자.  $z$ 좌표를 링의 중심을 원점으로 해서 연직의 윗부분이  $+$ 방향이 되게 한다. 자석은  $z$ 축에 따르며,  $-z$ 축 방향으로 운동한다.

(1) 자석이 링에 가까워질 때와 멀어질 때, 각각 링에 흐르는 전류의 방향과 그 유도전류가 자석에 가하는 힘의 방향을 대답하라.(링의 아래에서 볼 때 시계방향의 전류를  $+$ 로 한다.)

(2) 링 한개의 저항을  $R$ 이라고 했을 때, 유도기전력에 의해 흐르는 전류의 시간에 따른 변화  $I(t)$ 의 그래프를 그려라. 링에 전류가 흐르기 시작하는 시각을 시간  $t$ 의 원점으로 하고 전류의  $+$ ,  $-$ 와 크기, 전류가 변화하는 시각도 써라. 이때 링을 통과하는 자속의 시간에 따른 변화는 그림3과 같이 단순화했다고 가정하라.

## ● 문제 2 (25점)

그림1의 (b)처럼 연직방향으로 문제 1에서 생각했던 링을 촘촘히 쌓아 올려 그 안을 문제1과 같은 자석이 낙하하는 경우를 생각해 보자. 연직방향의 단위 길이 당 링의 숫자를  $n$ 으로 한다.

(1) 링에 전류가 흐르면 줄 열이 발생한다. 자석이 일정한 속도  $v$ 로 쌓아올린 링을 통과할 때, 쌓아올린 링 전체에서 단위시간 당 발생하는 줄 열을 구하라.

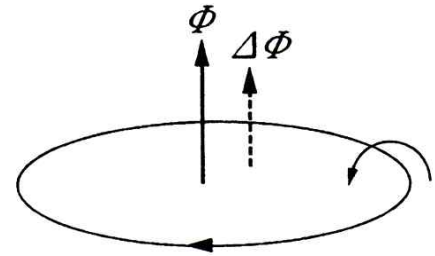
(2) 자석의 질량을  $M$ , 중력가속도를  $g$ 라고 했을 때, 자석이 낙하하는 일정한 속도(종단속도)  $v$ 를 구하라. 단, 이때 공기의 저항은 무시할 수 있다.

(3) 관의 특성(관의 두께, 비저항, 원통의 반지름 등)과 종단속도의 크기관계를 논하라.

[문제 1]

(1) 자석이 링에 접근하는 경우 : 링을  $z$ 축의  $+$ 방향으로 통과하는 자속이 증가하기 때문에 렌츠의 법칙에 의해 링에는  $-$ 방향의 전류가 흘러, 자석과의 사이에 반발력 (자석이 접근하는 것을 방해하는 방향으로 힘)이 작용한다. 전류의 방향 :  $-$ , 힘의 방향 :  $z$ 축의  $+$ 방향

자석이 링에서 멀어지는 경우 : 링을  $z$ 축의  $+$ 방향으로 통과하는 자속이 감소하기 때문에, 자석과의 사이에서 인력(자석이 멀어지는 것을 방해하는 방향으로 힘)이 작용한다. 전류의 방향 :  $+$ , 힘의 방향 :  $z$ 축의  $+$ 방향



(2) 자석이 구간  $a \leq |z| \leq b$  를 통과하는 시간  $\Delta t$ 는  $\Delta t = \frac{b-a}{v}$  이기 때문에 링에

생기는 유도기전력의 크기  $V$ 는  $V = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{\Phi_0}{\frac{b-a}{v}} = \frac{\Phi_0 v}{b-a}$  이다.

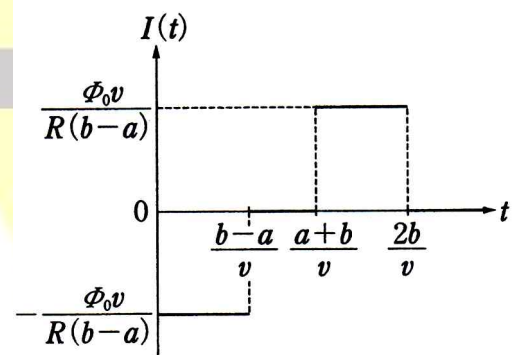
따라서 전류는 이를 저항으로 나눈값으로 다음과 같다.

(i)  $0 \leq t < \frac{b-a}{v}$  일 때,  $I(t) = -\frac{V}{R} = -\frac{\Phi_0 v}{R(b-a)}$

(ii)  $\frac{b-a}{v} \leq t < \frac{a+b}{v}$  일 때,  $I(t) = 0$ ,

(iii)  $\frac{a+b}{v} \leq t < \frac{2b}{v}$  일 때,  $I(t) = \frac{V}{R} = \frac{\Phi_0 v}{R(b-a)}$

(iv)  $\frac{2b}{v} \leq t$  일 때,  $I(t) = 0$



단계	내 용	배점
1	전류의 방향을 바르게 구하였는가?	3점
2	힘의 방향을 바르게 구하였는가?	3점
3	전류의 크기를 바르게 구하였는가?	5점
4	전류가 흐르는 시간을 바르게 구하였는가?	4점

[문제 2]

(1) 매 순간 자속이 변화하는 부분의 링의 수는  $2n(b-a)$ 개 이기 때문에, 이 링들에서 단위시간에 발생하는 줄열  $P$ 는

$$P = \frac{V^2}{R} \times 2n(b-a) = \frac{2n\Phi_0^2 v^2}{R(b-a)} \quad \text{이다.}$$

(2) 문제에서, 단위 시간당 중력 위치에너지 감소량  $P = Mgv$  이기 때문에  $\frac{2n\Phi_0^2 v^2}{R(b-a)} = Mgv$  이 된다.

그러므로  $v = \frac{MgR(b-a)}{2n\Phi_0^2}$  이다.

(3) 두꺼운 관, 비저항이 작은 관, 반지름이 작은 관일수록 종단속도는 작다.

단계	내 용	배점
1	열이 발생하는 링의 수가 매 순간 $2n(b-a)$ 임을 지적하였는가?	3점
2	각 링에서 발생하는 전력의 합 $P = \frac{V^2}{R} \times 2n(b-a) = \frac{2n\Phi_0^2 v^2}{R(b-a)}$ 을 바르게 구하였는가?	5점
3	등속으로 운동할 때 단위시간당 중력 위치에너지 감소량이 $P = Mgv$ 임을 지적하였는가?	3점
4	$v = \frac{MgR(b-a)}{2n\Phi_0^2}$ 를 구하였는가?	5점
5	두꺼운 관일수록 종단속도가 작아짐을 지적하였는가?	3점
6	비저항이 작은관(도체관)일수록 종단속도가 작아짐을 지적하였는가?	3점
7	반지름이 작은관일수록 종단속도가 작아짐을 지적하였는가?	3점