

# 11

## 자연계열 논술고사 (세종)

### 1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I
	핵심개념 및 용어	로그, 지수함수와 로그함수의 관계
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

### 2. 문항 및 제시문

#### 문제 1 (10점)

두 양수  $a, b$ 에 대하여  $\log_3(2a+b) = 2$ ,  $\log_3 a + \log_3 b = 1$ 일 때,  $4a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

### 3. 출제 의도

로그의 정의를 이용하여 로그를 지수로 나타내고, 이를 곱셈법칙을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있는지를 확인한다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 1	[수학] - (1) 문자와 식 - ㉔ 인수분해 [10수학 01-04] 다항식의 인수분해를 할 수 있다.
	[수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - ㉑ 지수와 로그 [12수학 I 01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2018	22-32
	수학	김원경 외	비상교육	2018	30-32
	수학	류희찬 외	천재교과서	2018	30-36
	수학I	고성은 외	좋은책 신사고	2018	26-53
	수학I	이준열 외	천재교육	2018	26-57
	수학I	류희찬 외	천재교과서	2018	47-52

5. 문항 해설

수학 I '[12수학 I 01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.', 수학 '[10수학01-04] 다항식의 인수분해를 할 수 있다.' 성취기준에서 로그의 정의와 곱셈 법칙을 활용하여 문제를 해결하도록 한 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$\log_3 a + \log_3 b = 1$ 에서 로그의 합을 곱으로 변환한다.	2
(2)	$\log_3(2a + b) = 2$ , $\log_3 ab = 1$ 을 지수의 형태로 변형한다.	각 2
(3)	구해진 조건들을 이용하여 $4a^2 + b^2$ 을 구한다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

$$\log_3(2a + b) = 2 \text{에서 } 2a + b = 3^2 = 9$$

$$\log_3 a + \log_3 b = 1 \text{에서 } \log_3 ab = 1 \text{이다.}$$

$$\log_3 ab = 1 \text{에서, } ab = 3 \text{이므로}$$

$$4a^2 + b^2 \text{ 풀이법 1}$$

$$4a^2 + b^2 = (2a + b)^2 - 4ab \text{이므로 } 4a^2 + b^2 = (2a + b)^2 - 4ab = 81 - 12 = 69$$

$4a^2 + b^2$  풀이법 2

$2a + b = 9$ ,  $ab = 3$ 을 연립하여  $a, b$ 을 각각 구하면  $a = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{4}$ ,  $b = \frac{9 \mp \sqrt{57}}{2}$ 이므로  $4a^2 + b^2 = 69$

$4a^2 + b^2$  풀이법 3

$2a + b = 9$ ,  $ab = 3$ 에서  $2a, b$ 를 근으로 하는 이차방정식은  $x^2 - 9x + 6 = 0$ 임을 이용하여  $a, b$ 를 구한다.

# 12

## 자연계열 논술고사 (세종)

### 1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	다항함수의 미분법, 도함수의 활용
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

### 2. 문항 및 제시문

#### 문제 2 (10점)

방정식  $x^3 + 3x^2 - 1 + a = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위를 구하시오.

### 3. 출제 의도

함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 이용하여 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다는 것과 이를 활용하여 방정식의 실근 개수의 문제를 해결할 수 있는지를 확인한다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	고성은 외	좋은책 신사고	2018	53-99
	수학II	이준열 외	천재교육	2018	52-103
	수학II	류희찬 외	천재교과서	2018	52-102

5. 문항 해설

수학 II ‘[12수학 II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.’, ‘[12수학 II 02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.’ 성취기준에서 함수의 그래프의 개형을 그려보고, 실근이 두 그래프의 교점임을 이용하여 문제를 해결하도록 한 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	미지수 $a$ 를 제외한 함수를 정의한다.	2
(2)	도함수 $f'(x)$ 를 구하고, $f'(x) = 0$ 의 해를 구한다.	3
(3)	함수의 증가 감소표를 이용하여 $f(x)$ 의 증가 감소를 이용하여 그래프 개형을 확인한다.	2
(4)	두 그래프의 교점이 실근임을 이용하여 서로 다른 세 근을 갖는 $-a$ 의 범위를 구한다.	2
(5)	(4)에서 구한 부등식으로부터 $a$ 의 범위를 구한다.	1

7. 예시 답안 혹은 정답

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ ,  $g(x) = -a$ 라고 놓자,

$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$ 이므로  $x=0$  또는  $x=-2$ 에서  $f'(x) = 0$ 이다.

함수의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	...	-2	...	0	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	증가	3	감소	-1	증가

함수  $f(x)$ 는  $x=-2$ 에서 극댓값 3을 갖고  $x=0$ 에서 극솟값 -1을 갖는다.

$y=f(x)$ 와  $y=-a$ 의 교점의 개수가 실근의 개수이므로 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=-a$ 가 서로 다른 세 실근을 가지려면 교점의 개수가 세 개가 되어야 한다.

그러므로, 상수  $-a$ 의 값의 범위는  $-1 < -a < 3$ 이다. 따라서  $-3 < a < 1$ 이다.

# 13

## 자연계열 논술고사 (세종)

### 1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	정적분
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

### 2. 문항 및 제시문

#### 문제 3 (10점)

함수  $f(x) = \begin{cases} -3x+2 & (x < 0) \\ 3x+2 & (x \geq 0) \end{cases}$  에 대하여 함수  $g(x)$ 를  
 $g(x) = \int_{-1}^x tf(t)dt$  라 할 때,  $g(-2)$ ,  $g(3)$  값을 각각 구하시오.

### 3. 출제 의도

정적분의 뜻을 알고, 구간별로 정의되는 다항함수의 정적분을 구할 수 있는지를 확인한다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3	[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ㉔ 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	고성은 외	좋은책 신사고	2018	119-128
	수학II	이준열 외	천재교육	2018	121-126
	수학II	류희찬 외	천재교과서	2018	112-146

5. 문항 해설

수학 II ‘[12수학 II 03-03] 정적분의 뜻을 안다.’, ‘[12수학 II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.’ 성취기준에서 정적분의 뜻을 이해하고  $x$ 가 아닌 다른 변수를 사용해 구간별로 정적분을 이용해 새로운 함수를 정의하였다. 새롭게 정의된 함수에서 주어진  $x$ 에 대해 함숫값을 구간을 나누어 구할 수 있도록 한 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$g(-2)$ 을 계산하는 적분식을 세운다.	2
(2)	$g(-2)$ 의 값을 옳게 구한다.	1
(3)	$g(3)$ 을 구할 때 $t = 0$ 을 기준으로 구간을 나눈다.	4
(4)	$g(3)$ 을 계산하는 적분식을 세운다.	3
(5)	$g(3)$ 의 값을 옳게 구한다.	1

7. 예시 답안 혹은 정답

$$g(-2) = \int_{-1}^{-2} tf(t)dt = - \int_{-2}^{-1} tf(t)dt = - \int_{-2}^{-1} t(-3t+2)dt = - \int_{-2}^{-1} (-3t^2+2t)dt = 10 \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} g(3) &= \int_{-1}^3 tf(t)dt \\ &= \int_{-1}^0 tf(t)dt + \int_0^3 tf(t)dt \\ &= \int_{-1}^0 t(-3t+2)dt + \int_0^3 t(3t+2)dt \\ &= - \int_{-1}^0 (-3t^2+2t)dt + \int_0^3 (3t^2+2t)dt \\ &= -2 + 36 = 34 \end{aligned} \quad \text{이다.}$$

# 14

## 자연계열 논술고사 (세종)

### 1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 4	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I
	핵심개념 및 용어	삼각함수, 삼각함수의 그래프, 이차방정식의 근의 판별
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

### 2. 문항 및 제시문

#### 문제 4 (10점)

$0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식  $2x^2 + (4\sin\theta)x + (1 - \cos\theta) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 서로 다른  $\theta$  값들을 모두 구하시오.

### 3. 출제 의도

계수가 삼각함수로 표현된 이차방정식의 근을 판별을 할 수 있는지를 확인한다. 이차방정식의 판별식이 삼각함수가 포함된 방정식일 때, 삼각함수의 그래프를 이용하여 삼각방정식을 풀 수 있는지를 확인한다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 4	[수학] - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 [10수학 01-07] 이차방정식에서 판별식의 의미를 이해하고 이를 설명할 수 있다.



	<p>[수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수</p> <p>[12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.</p>
--	--

#### 나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성은	좋은책 신사고	2018	43-56
	수학	류희찬	천재교과서	2018	54-63
	수학	김원경	비상교육	2018	49-54
	수학I	고성은	좋은책 신사고	2018	65-88
	수학I	이준열	천재교육	2018	68-94
	수학I	류희찬	천재교과서	2018	70-110

### 5. 문항 해설

이차방정식의 판별식을 이용하여 삼각함수가 포함된 방정식을 구한다. 삼각함수의 그래프를 이용하여 삼각방정식의 해를 구한다.

### 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	판별식을 구하고 $D=0$ (또는 $\frac{D}{4}=0$ )의 식을 세운다.	2
(2)	판별식을 정리하여 $\cos\theta$ 가 들어간 삼각방정식을 구하고, $\cos\theta$ 를 구한다.	4
(3)	$y = \cos\theta$ 와 $y = -\frac{1}{2}$ 의 교점과 $y = \cos\theta$ 와 $y = 1$ 의 교점을 이용해 $\theta$ 값을 구한다.	4

### 7. 예시 답안 혹은 정답

$x$ 에 대한 이차방정식  $2x^2 + (4\sin\theta)x + (1 - \cos\theta) = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면 이차방정식이 중근을 갖도록 하기 위해서는  $D=0$  이어야 한다.

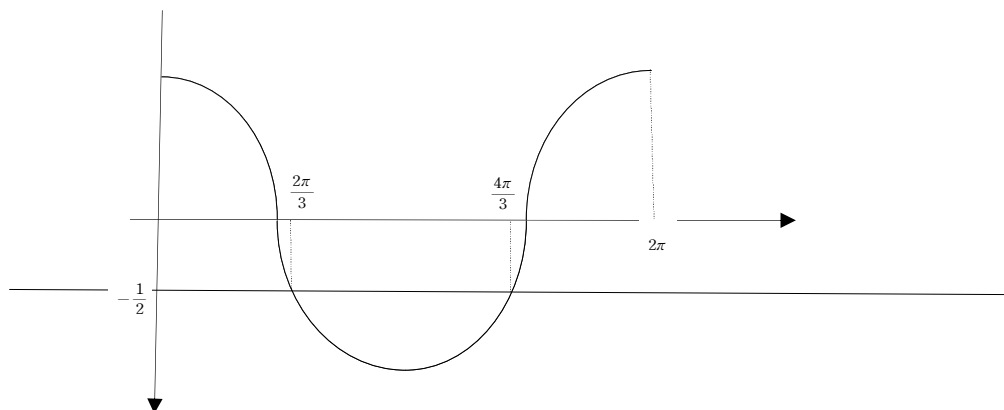
즉,  $D/4 = (2\sin\theta)^2 - 2(1 - \cos\theta) = 0$  [또는  $D = (4\sin\theta)^2 - 8(1 - \cos\theta) = 0$ ] 이며 정리하면  $2\sin^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$  이다.

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ 을 이용하여 정리하면  $2(1 - \cos^2\theta) + \cos\theta - 1 = 0$

즉,  $2\cos^2\theta - \cos\theta - 1 = 0$  이다.

이를 인수 분해하면  $(2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 1) = 0$ 이므로  $\cos\theta = -\frac{1}{2}$  또는  $\cos\theta = 1$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ 을 만족하는  $\theta$ 를 찾기 위해  $y = \cos\theta$ 와  $y = -\frac{1}{2}$ 의 교점을 구해야 하므로



$0 \leq \theta < 2\pi$ 에서  $\theta = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$  (또는  $120^\circ, 240^\circ$ )이다.

$\cos\theta = 1$ 을 만족하는  $\theta$ 는  $0 \leq \theta < 2\pi$ 에서  $\theta = 0$  (또는  $0^\circ$ )이다.

# 15

## 자연계열 논술고사 (세종)

### 1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 5	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	등차수열
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

### 2. 문항 및 제시문

#### 문제 5 (10점)

두 등차수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여  
 $a_2 + b_4 = 11$ ,  $a_5 + b_{13} = 20$ 일 때,  $a_1 + b_1$ 의 값을 구하시오.

### 3. 출제 의도

등차수열의 뜻을 알고, 이를 활용할 수 있는지 평가한다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 5	[수학 I] - (3) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 [12수학 I 03-02] 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 $n$ 항까지 합을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학I	고성은 외	좋은책 신사고	2018	115-118
	수학I	이준열 외	천재교육	2018	124-130
	수학I	류희찬	천재교과서	2018	124-132

5. 문항 해설

수학 I '[12수학 I 03-02] 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을 구할 수 있다.' 성취기준에서 주어진 조건을 확인하고 서로 다른 두 등차수열을 일반항으로 나타내고, 조건에 따라 두 개의 식을 연립하여 문제를 해결할 수 있도록 한 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	등차수열 $a_n, b_n$ 에 대한 일반항을 적는다.	2
(2)	주어진 식 $a_2 + b_4 = 11, a_5 + b_{13} = 20$ 에 (1)에서 구한 일반항을 대입한다.	2
(3)	(2)에서 나온 식을 적절히 정리하여 $(a_1 + b_1)$ 항에 대한 식을 얻는다.	4
(4)	(3)에서 나온 식을 정리하여 $a_1 + b_1$ 의 값을 구한다.	2

7. 예시 답안 혹은 정답

$a_n = a_1 + (n-1)d_1, b_n = b_1 + (n-1)d_2$  라 하자.

그러면

$$11 = a_1 + d_1 + b_1 + 3d_2 = a_1 + b_1 + d_1 + 3d_2 \text{ ----- (가)}$$

$$20 = a_1 + 4d_1 + b_1 + 12d_2 = a_1 + b_1 + 4d_1 + 12d_2 \text{ ----- (나) 이다.}$$

식 (가)에 4배 한 것에서 식 (나)를 변변히 빼면

$$24 = 11 \times 4 - 20 = 3(a_1 + b_1) \text{ 이므로 } a_1 + b_1 = 8 \text{ 이다.}$$

# 16

## 자연계열 논술고사 (세종)

### 1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 6	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I
	핵심개념 및 용어	지수함수, 지수함수의 그래프, 이차함수의 최댓값과 최솟값
예상 소요 시간	8분 / 전체 70분	

### 2. 문항 및 제시문

#### 문제 6 (15점)

실수  $a$ 에 대하여 정의역이  $\{x \mid x \geq -1\}$ 인 함수  $f(x) = -(3^{-x} + 1)^2 + 3^{-x+1} + 2a$ 의 최댓값이 1일 때, 함수  $f(x)$ 의 최솟값을 구하시오.

### 3. 출제 의도

지수함수와 이차함수의 성질을 활용하여 주어진 범위에서 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 6	[수학] - (1) 문자와 식 - ⑤ 이차방정식과 이차함수 [10수학 01-11] 이차함수의 최대, 최소를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수

	있다. [수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - ① 지수와 로그 [12수학 I 01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수 [12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
--	---

#### 나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2018	60-68
	수학	류희찬 외	천재교과서	2018	64-74
	수학	김원경 외	비상교육	2018	59-66
	수학I	고성은 외	좋은책 신사고	2018	11-54
	수학I	이준열 외	천재교육	2018	10-57
	수학I	류희찬 외	천재교과서	2018	19-60

### 5. 문항 해설

수학 I ‘[12수학 I 01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.’와 ‘[12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.’ 성취기준에서 지수법칙을 이용해 주어진 함수를 정리할 수 있으며 지수함수의 그래프를 이용해 주어진 조건에서 지수함수의 범위를 찾을 수 있도록 한 문항이다. 수학 ‘[10수학01-11] 이차함수의 최대, 최소를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.’ 성취기준에서 주어진 범위와 정리된 이차함수를 통해 최댓값이 1임을 이용해 최솟값을 구할 수 있도록 한 문항이다.

### 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	지수 연산 $3^{-x+1} = 3 \cdot 3^{-x}$ 로 변형한다.	2
(2)	$3^{-x} = t$ 로 치환하여 (굳이 치환하지 않더라도) 주어진 함수식을 완전제곱 형태로 재변형한다.	4
(3)	$0 < t \leq 3$ 의 범위를 구한다. ( $t$ 의 범위에 0이 포함되지 않음)	2
(4)	새롭게 정의된 이차함수에서 최댓값이 1임을 이용해 $a$ 값을 구한다.	4
(5)	$a$ 값을 이용하여 최솟값을 구한다.	3

7. 예시 답안 혹은 정답

$3^{-x} = t$ 이라 하고,  $3^{-x+1} = 3 \cdot 3^{-x}$ 을 이용하여

$f(x) = -(t+1)^2 + 3t + 2a = -t^2 + t - 1 + 2a = -(t - \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} + 2a$ 로 정리할 수 있다.

$x \geq -1$ 에서  $0 < t \leq 3$ 이고, 이 범위에서 위의  $t$ 에 대한 이차함수는  $t = \frac{1}{2}$ 일 때 최댓값  $2a - \frac{3}{4}$ 을 가지고  $t = 3$ 일 때, 최솟값  $2a - 7$ 을 가진다.

최댓값이 1이므로  $2a = \frac{7}{4}$ (또는  $a = \frac{7}{8}$ )이다.

이를 이용하면 최솟값은  $2a - 7 = -\frac{21}{4}$ 이다.

# 17

## 자연계열 논술고사 (세종)

### 1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제 7	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	함수의 극한, 미분계수, 부정적분
예상 소요 시간	15분 / 전체 70분	

### 2. 문항 및 제시문

#### 문제 7 (15점)

다음 조건을 모두 만족시키는 다항함수  $f(x)$ 를 구하시오.

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 - 2x^2 + 1} = 1$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = 6$

(다)  $f(2) = 0$

### 3. 출제 의도

주어진 조건에서 함수의 극한의 성질과 미분계수의 정의를 이용하여 다항함수를 구할 수 있는지 평가한다.



#### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 7	<p>[수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - ㉠ 함수의 극한 [12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.</p> <p>[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ㉠ 미분계수 [12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.</p> <p>[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ㉠ 부정적분 [12수학Ⅱ03-02] 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	고성은 외	좋은책 신사고	2018	11-26, 53-68, 113-118
	수학Ⅱ	이준열 외	천재교육	2018	10-26, 52-70, 114-120
	수학Ⅱ	류희찬 외	천재교과서	2018	12-28, 52-66, 112-121

#### 5. 문항 해설

수학Ⅱ ‘[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.’, ‘[12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.’ 성취기준에서 함수의 극한에 대한 성질과 미분계수의 뜻을 이용하여 다항함수식을 추론하는 문항이다.

#### 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	(가)로부터 $f'(x)$ 는 최고차항의 계수가 3인 2차 다항식임을 추론한다.	4
(2)	(나)의 극한이 존재하므로 $f'(1) = 0$ 임을 구한다.	2
(3)	(나)의 극한값을 이용하여 $f'(x)$ 를 구한다.	4
(4)	$f'(x)$ 의 부정적분을 구하고, (다)를 이용하여 $f(x)$ 를 구한다.	5

## 7. 예시 답안 혹은 정답

(가)로부터  $f(x)$ 는 3차 항의 계수가 1인 3차 다항식임을 알 수 있다.

다항식의 미분법을 이용하면  $f'(x)$ 는 최고차항의 계수가 3인 2차 다항식이다.

(나)로부터  $f'(1) = 0$ 이므로  $f'(x) = 3(x-1)(x-a)$ 라고 놓자.

(나)로부터  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-a)}{x-1} = 6$ 이므로  $3-3a = 6$ , 즉,  $a = -1$  이다.

그러므로  $f'(x) = 3x^2 - 3$ 이다.

부정적분을 이용하여  $f(x)$ 를 구하면  $f(x) = \int (3x^2 - 3)dx = x^3 - 3x + c$ 이다.

(다)를 이용하면  $f(2) = 2 + c = 0$  이므로,  $c = -2$ , 그러므로  $f(x) = x^3 - 3x - 2$ 이다.