[문항카드 3]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술우수자 전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">창의인재(자연계열) / 문제 1-1, 1-2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학, 수학Ⅱ, 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>수열, 수열의 극한, 급수</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">30분/120분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

【문제 1】 아래의 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (30점)

(가) 두 수열 $\{x_n\}$, $\{z_n\}$에 대하여 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} z_n = \alpha$ (α는 상수)일 때,

수열 $\{y_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $x_n \le y_n \le z_n$이면, $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = \alpha$이다.

(나) 무한급수 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x_n = x_1 + x_2 + \cdots + x_n + \cdots$ 의 수렴, 발산은 급수의

n항까지의 부분합 $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k$의 수열 $\{S_n\}$의 수렴, 발산으로 정의한다.

[문제 1-1] 제시문 (가)를 이용하여, 극한값 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n}\right)$을 구하시오. (15점)

[문제 1-2] 제시문 (나)를 이용하여, 급수 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{(2n-1)(2n+3)}$의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하면 극한값을 구하시오. (15점)

3. 출제 의도

주어진 수열의 규칙성을 파악하여 부등식을 세우고 수열의 성질(제시문 (가))을 이용하여 극한값을 유추하며, 무한급수의 정의를 이용하여 부분합의 수열을 분석하고 무한급수의 수렴, 발산과 극한값을 구하는 문제풀이능력을 평가하고자 하였다.

4. 출제 근거

1. 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호[별책8] “수학과 교육과정” 수학Ⅰ-Ⅲ. 수열-2. 수열의 합 미적분-Ⅰ. 수열의 극한-1. 수열의 극한 미적분-Ⅰ. 수열의 극한-2. 급수

성취기준	12수학Ⅰ03-04] $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [12미적01-01] 수열의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다. [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다. [12미적01-04] 급수의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다.

2. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학1	이준열외	천재교육	2020	142-151
	미적분	이준열외	천재교육	2019	19-20, 31-32
	미적분	류희찬외	천재교과서	2019	22-23, 30-31
	미적분	김원경외	비상	2019	19, 28-29
	미적분	홍성복외	지학사	2019	20, 30-31

5. 문항 해설

(문제 1-1) 자연수 n에 대하여, 부등식 $\frac{1}{n^2+n} \le \frac{1}{n^2+k} \le \frac{1}{n^2+1}$ $(1 \le k \le n)$를 이용한다.

그러므로

$$\frac{(1+2+\cdots+n)}{n^2+n} \le \frac{1}{n^2+1}+\frac{2}{n^2+2}+\cdots+\frac{n}{n^2+n} \le \frac{(1+2+\cdots+n)}{n^2+1}$$

을 이끌어내고, 제시문 (가)를 이용하면 극한값을 구할 수 있다.

(문제 1-2) 급수의 부분합 $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{2}{(2k-1)(2k+3)}$을 계산하면, 제시문 (나)를 이용하여, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n-1)(2n+3)} = \lim_{n\to\infty} S_n$의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하면 극한값을 구할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	(상) 답이 맞고 그 이유(비교 부등식)를 명확히 제시한 경우 (중상) 답은 맞지만 그 이유(비교 부등식)를 잘못 제시한 경우 (중하) 답은 틀렸지만 부등식도 꾸미고 노력한 경우 (하) 전혀 엉뚱한 설명을 한 경우	15
1-2	(상) 답이 맞고 그 이유(부분합의 극한)를 명확히 제시한 경우 (중상) 답은 맞지만 그 이유(부분합)의 표현이 정확하지 못한 경우 (중하) 답은 틀렸지만 부분합을 설명하고 노력한 경우 (하) 전혀 엉뚱한 설명을 한 경우	15

7. 예시 답안

[문제 1-1] (답) $\frac{1}{2}$

(풀이) 자연수 n에 대하여, $\frac{1}{n^2+n} \le \frac{1}{n^2+k} \le \frac{1}{n^2+1}$ $(1 \le k \le n)$를 이용한다.

그러므로 다음 부등식

$$\frac{(1+2+\cdots+n)}{n^2+n} \le \frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n} \le \frac{(1+2+\cdots+n)}{n^2+1}$$

가 성립한다. 따라서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(1+2+\cdots+n)}{n^2+n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n^2+n} = \frac{1}{2},\quad \lim_{n\to\infty}\frac{(1+2+\cdots+n)}{n^2+1} = \frac{1}{2}$$

이므로, 제시문 (가)에 의하여,

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n}\right) = \frac{1}{2}$$

이다.

[문제 1-2] (답) $\frac{2}{3}$

(풀이)

자연수 n에 대하여, $\frac{2}{(2n-1)(2n+3)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+3}\right)$을 이용한다. 그러므로 급수의 부분합 $S_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+3)}$을 구하면,

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{2}{(2k-1)(2k+3)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+3}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+3}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}\right)$$

이다. 따라서 제시문 (나)에 의하여, 극한값은

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

이고, 급수는 수렴한다.

■ 논술우수자 전형(창의인재) **출제 문제1**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사/수학과)

(문제1-1)

자연수의 거듭제곱의 합과 수열의 극한의 대소 관계를 이용하여 주어진 수열의 극한값을 구하는 문제로 교육과정 범위에 있으며 수학Ⅰ과 미적분을 충실히 이수한 학생이라면 무난하게 풀이할 수 있는 수준의 문항이다.

(문제1-2)

주어진 급수의 제n항까지의 부분합을 구하여 급수의 합을 구하는 문제이다. 부분분수를 이용해 부분합을 간단히 구하는 유형은 많은 미적분에서 다루고 있는 내용으로 교육과정에 충실히 참여한 학생이라면 무난하게 풀이할 수 있는 수준의 문항이다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사/수학과)

(문제1-1)

수학Ⅰ에서 학습하는 Σ의 정의를 이용하여 주어진 수열 합의 극한값을 구하는 문제로, 주어진 수열을 적절하게 대소 관계를 이용하여 표현할 수 있다면 미적분 교육과정 내에서 학습한 내용을 바탕으로 충분히 해결할 수 있는 문제이다.

(문제1-2)

부분합의 수열이 수렴하면 무한급수가 수렴한다는 정의를 이용하여 급수의 수렴 발산을 조사하고 극한값을 찾는 문제로 계산 과정도 복잡하지 않아 교육과정 내 지식만으로 풀 수 있는 문제이다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사/수학과)

(문제1-1)

중 난도 수준의 문제로 주어진 식을 간단하게 정리하여 극한값을 구하진 못하지만, 식을 적절히 변형할 수 있도록 제시문에서 함수 극한의 대소관계 개념을 제시하였으므로 교육과정의 전반적인 내용을 이해하고 있다면 문제를 해결할 수 있다.

(문제1-2)

교과서에서 제시되는 기본적인 하 난도 수준의 문제로 학교 수업을 성실하게 참여한 학생은 문제를 적절하게 해결할 수 있다.

[문항카드 4]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술우수자 전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">창의인재(자연계열) / 문제 2-1, 2-2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학Ⅱ</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>함수의 극한과 연속, 도함수, 정적분</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">40분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

【문제 2】 아래의 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (35점)

(가) 일반적으로 함수 $h(x)$와 실수 x_0에 대하여

(1) 함수 $h(x)$가 $x=x_0$에서 정의되어 있고

(2) $\lim_{x \to x_0} h(x)$가 존재하며

(3) $\lim_{x \to x_0} h(x) = h(x_0)$

일 때, 함수 $h(x)$는 $x=x_0$에서 연속이라고 한다.

(나) 함수 $h(x)$가 어떤 열린구간의 모든 점에서 연속일 때, 함수 $h(x)$는 그 열린구간에서 연속이라고 한다. 또, 어떤 열린구간에서 연속인 함수를 그 열린구간에서의 연속함수라고 한다.

(다) 실수 a, b, c, d와 양수 $k>0$에 대해서, 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & (x<-3) \\ -x^2+9 & (-3 \le x < 0) \\ cx+d & (0 \le x) \end{cases}, \qquad g(x)=k(x-1)+12$$

[문제 2-1] 제시문 (다)에서 주어진 함수 $f(x)$와 그 도함수 $f'(x)$가 모든 실수에서 연속인 함수가 되도록 하는 상수 a, b, c, d의 값을 구하고, 제시문 (다)에서 주어진 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 접하도록 하는 상수 k의 값을 구하시오. (15점)

[문제 2-2] 위의 [문제 2-1]에서 구한 a, b, c, d, k에 대해서, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프와 직선 $y=0$으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. (20점)

3. 출제 의도

다항함수의 도함수 계산 능력, 함수의 연속에 대한 이해도, 접선의 방정식을 찾는 능력을 평가하고자 하였다. 정적분을 사용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 능력을 평가하고자 하였다.

4. 출제 근거

1. 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호[별책8] "수학과 교육과정" 수학Ⅱ-Ⅰ. 함수의 극한과 연속-2. 함수의 연속 수학Ⅱ-Ⅱ. 미분-2. 도함수 수학Ⅱ-Ⅲ. 적분-3. 정적분의 활용
성취기준	[12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12수학Ⅱ02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다. [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

2. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅱ	권오남 외	(주)교학사	2020	32-41
	수학Ⅱ	권오남 외	(주)교학사	2020	68-74
	수학Ⅱ	권오남 외	(주)교학사	2020	140-148

5. 문항 해설

(문제 2−1) $x=-3, 0$에서 함수와 도함수의 연속 조건을 사용하여 a, b, c, d를 구한다. 이차함수와 직선이 접하는 조건을 사용하여 k를 구한다.

(문제 2−2) 함수 $f(x)$와 직선 $y=0$의 교점의 x좌표, 함수 $g(x)$와 직선 $y=0$의 교점의 x좌표, 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 접점의 x좌표를 구하고, 정적분을 사용하여 넓이를 구한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	(상) 답이 맞고 그 이유를 명확히 제시한 경우 (중상) 답이 틀렸지만 연속 조건과 접선 조건을 적용한 식이 모두 맞는 경우 (중하) 답이 틀렸지만 연속 조건과 접선 조건을 적용한 식 중 하나만 맞는 경우 (하) 답이 틀렸고 연속 조건과 접하는 조건을 적용한 식 모두 클린 경우	15
2-2	(상) 답이 맞고 그 이유를 명확히 제시한 경우 (중상) 답이 틀렸지만 교점의 좌표를 찾는 식과 정적분 식이 모두 맞는 경우 (중하) 답이 틀렸지만 교점의 좌표를 찾는 식과 정적분 식 중 하나만 맞는 경우 (하) 답이 틀렸고 연속 조건과 접하는 조건을 적용한 식 모두 클린 경우	20

7. 예시 답안

(문제 2-1) $x=-3$에서 $f'(x)$가 연속이므로

$$\lim_{x\to-3+} f'(x) = -2\cdot(-3) = 6 = \lim_{x\to-3-} f'(x) = a = 6$$

그리고 $f(x)$가 연속이므로

$$\lim_{x\to-3+} f(x) = 0 = \lim_{x\to-3-} f(x) = -3a+b = -18+b = 0$$

따라서 $a=6$, $b=18$이다.

$x=0$에서 $f'(x)$가 연속이므로

$$\lim_{x\to0+} f'(x) = 0 = \lim_{x\to-3+} f'(x) = c = 0$$

그리고 $f(x)$가 연속이므로

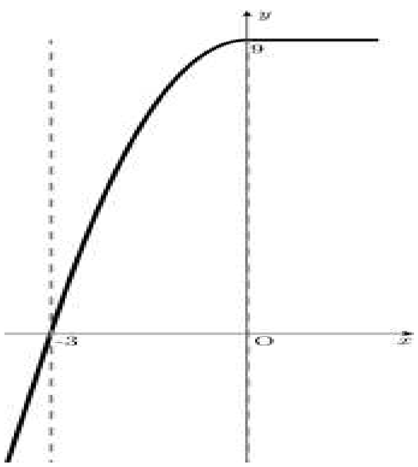
$$\lim_{x\to0+} f(x) = 9 = \lim_{x\to0-} f(x) = b = 9$$

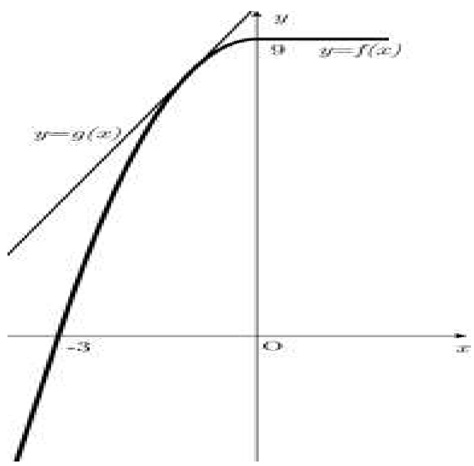
따라서 $c=0$, $d=9$이다.

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 접하므로 $y=-x^2+9$와 $y=kx+12-k$는 한 점에서 만난다.

$$\begin{aligned} & -x^2+9 = kx+12-k \\ \Rightarrow\ & 0 = x^2+kx+3-k \\ \Rightarrow\ & D = k^2+4k-12 = 0 \quad (D\text{는 판별식}) \\ \Rightarrow\ & 0 = (k-2)(k+6) \\ \Rightarrow\ & k = 2 \quad (k\text{는 양수}) \end{aligned}$$

따라서 $k=2$이다.





(문제 2-2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프와 직선 $y=0$으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하기 위해 함수 $f(x)$와 직선 $y=0$의 교점의 x좌표를 구하자.

$$-x^2+9=0 \quad \Rightarrow \quad x=-3$$

함수 $g(x)$와 직선 $y=0$의 교점의 x좌표를 구하자.

$$2x+10=0 \quad \Rightarrow \quad x=-5$$

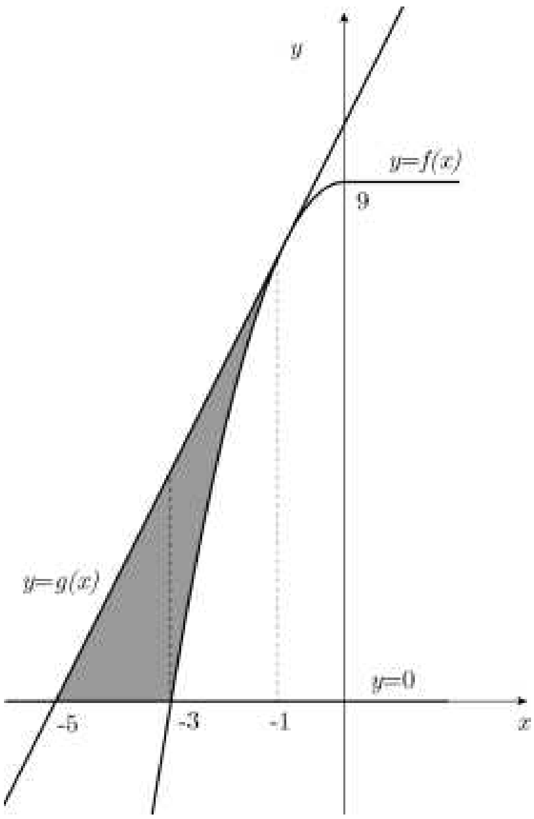
두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 접점의 x좌표를 구하자.

$$2x+10=-x^2+9 \quad \Rightarrow \quad x^2+2x+1=0 \quad \Rightarrow \quad x=-1$$

정적분을 이용하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 그래프와 직선 $y=0$으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{넓이} &= \int_{-5}^{-3}(g(x)-0)\ dx+\int_{-3}^{-1}(g(x)-f(x))\ dx \\ &= \int_{-5}^{-3}(2x+10)\ dx+\int_{-3}^{-1}\left[(2x+10)-(-x^2+9)\right]\ dx \\ &= \left[x^2+10x\right]_{-5}^{-3}+\left[\frac{1}{3}x^3+x^2+x\right]_{-3}^{-1} \\ &= \frac{20}{3} \end{aligned}$$

그러므로 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 그래프와 직선 $y=0$으로 둘러싸인 영역의 넓이는 $\frac{20}{3}$이다.



■ 논술우수자 전형(창의인재) **출제 문제2**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사/수학과)

(문제 2-1)

연속함수의 정의와 두 함수의 그래프가 접하기 위한 조건을 바탕으로 미지수를 구하는 문제이다. 연속함수의 정의는 제시문으로 주어졌기 때문에 수학Ⅱ를 충실히 이수한 학생이라면 충분히 풀이할 수 있는 수준의 문항이다.

(문제 2-2)

주어진 도형의 개형을 파악한 후 정적분을 활용해 영역의 넓이를 구하는 문제이다. 두 곡선 사이의 넓이를 구하는 유형의 문제는 수학Ⅱ에서 많이 다뤄지는 내용으로 2-1문제에서 미지수만 잘 구했다면 어렵지 않게 해결할 수 있는 문항이다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사/수학과)

(문제 2-1)

문제에서 주어진 함수와 그 도함수가 연속인 함수가 되기 위한 조건을 찾는 문제로 연속함수의 정의를 이용하면 어려움 없이 해결이 가능한 문항이다.

(문제 2-2)

두 개의 함수와 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하는 문제로 교육과정 내의 적분법을 활용하면 풀이가 쉽게 가능하나, 범위를 적절하게 나누어 계산하여야 정확한 값을 구할 수 있다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사/수학과)

(문제 2-1)

연속함수의 성질을 이용하여 주어진 함수 $f(x)$의 미정계수를 구하고, 일차함수 $g(x)$가 $f(x)$에 접하도록 하는 기울기를 문제이다. 교육과정 내의 개념들이 제시문에 적절하게 제시되었고, 계산 과정도 복잡하지 않아 학생들은 주어진 시간에 문제를 해결할 수 있다.

(문제 2-2)

(문제2-1)의 결과에서 두 함수에 둘러싸인 영역의 넓이를 구하는 문제이다. 함수의 그래프를 그려내고 방정식과 적분을 활용해 넓이를 구하는 과정에서 출제자의 의도대로 문제를 바르게 해결하고 있는지 평가하는 적절한 수준의 문제이다.

[문항카드 5]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	창의인재(자연계열) / 문제 3-1,3-2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅰ, 수학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	사인함수, 삼차함수, 최대최소정리, 도함수의 활용, 극대극소
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

【문제 3】 아래의 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (35점)

가) 방정식 $h(x,y)=0$이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 도형의 방정식은 $h(x-a, y-b)=0$이 된다.

(나) 실수 x의 절댓값 $|x|$는 수직선 위의 원점에서 x에 대응하는 점까지 거리를 나타낸다. 즉,

$$|x|=\begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$$

(다) 함수 $y=h(x)$가 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $h(x) \geq h(a)$일 때, 함수 $h(x)$는 $x=a$에서 극소라 하며, $h(a)$를 극솟값이라고 한다. 또, $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $h(x) \leq h(a)$일 때, 함수 $h(x)$는 $x=a$에서 극대라 하며, $h(a)$를 극댓값이라고 한다. 극댓값과 극솟값을 통틀어 극값이라고 한다.

(라) 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x)=x^3-2x^2-5, \quad g(x)=\frac{5}{2}\,|f(x-1)+3|$$

[문제 3-1] 제시문 (라)에서 주어진 함수 $f(x)$에 대해서 $y=f\left(2\sin\frac{x}{5}+3\right)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 하자. $27m+M$의 값을 구하시오.(17점)

[문제 3-2] 제시문 (라)에서 주어진 함수 $g(x)$가 극값을 갖는 x의 값은 α개이다. 이때 $g(x)$의 극솟값을 모두 더한 값을 β라고 하자. $\alpha\beta$의 값을 구하시오.(18점)

3. 출제 의도

본 문제는 사인함수의 그래프 성질을 이용하여 닫힌 구간을 구하고, 최대최소정리를 활용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

삼차함수의 그래프 개형과 절댓값이 있는 함수의 그래프 개형을 그릴 수 있는지와 극대와 극소를 판정할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

1. 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호[별책8] "수학과 교육과정" 수학Ⅰ-Ⅱ. 삼각함수-3. 삼각함수의 뜻과 그래프 수학Ⅱ-Ⅱ. 미분-3. 도함수의 활용
성취기준	[12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

2. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅰ	배종숙 외	(주)금성출판사	2020	85쪽
	수학Ⅱ	황선욱 외	(주)미래엔	2020	84-93

5. 문항 해설

[문제 3-1] 사인함수 $y=2\sin\frac{x}{5}+3$의 그래프를 통해 최댓값과 최솟값을 구하고 삼차 함수의 최댓값을 M, 최솟값을 m을 구한다.

[문제 3-2] 삼차 함수의 그래프 개형을 그리고 절댓값이 있는 함수의 그래프 개형을 그려서 극대와 극소를 판정한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	5점: $t=2\sin\frac{x}{5}+3$라고 하면 모든 실수 x에 대해서 $1\le t\le 5$을 구할 수 있다. 5점: $f(t)$는 $t=\frac{4}{3}$에서 극솟값을 구할 수 있다. 7점: 닫힌 구간 $[1,5]$에서 $f(t)$는 $t=\frac{4}{3}$에서 최솟값 $-\frac{167}{27}$, $t=5$에서 최댓값 70을 구하고 $27m+M=-97$을 구할 수 있다.	17

3-2	8점: $y=f(x)$의 그래프 개형을 그릴 수 있다. 5점: $g(x)=\frac{5}{2}\lvert f(x-1)+3\rvert$의 그래프 개형을 그릴 수 있다. 5점: $\alpha\beta=15$를 구할 수 있다.	18

7. 예시 답안

[문제 3−1] (답) $27m+M=-97$

(풀이) $t=2\sin\frac{x}{5}+3$라고 하면 모든 실수 x에 대해서 $-2+3\le t\le 2+3$이다. 함수 $f\left(2\sin\frac{x}{5}+3\right)=f(t)$이므로 닫힌 구간 $[1,5]$에서 최댓값과 최솟값을 구하자.

$f'(t)=3t^2-4t=t(3t-4)$

$1\le t\le 5$이므로 $f'(t)=0$에서 $t=\frac{4}{3}$이다. 닫힌 구간 $[1,5]$에서 $f(t)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

t	1	$\cdots$	$\frac{4}{3}$	$\cdots$	5
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-6	↘	$-\frac{167}{27}\approx-6.19$	↗	70

$f(t)$는 $t=\frac{4}{3}$에서 극솟값을 갖는다. 최대·최소 정리에 의하면

$f(1)=-6,\ f\left(\frac{4}{3}\right)=-\frac{167}{27},\ f(5)=70$

이므로, 닫힌 구간 $[1,5]$에서 $f(t)$는 $t=\frac{4}{3}$에서 최솟값 $m=-\frac{167}{27}$, $t=5$에서 최댓값 $M=70$을 갖는다. 따라서 $27m+M=27\left(-\frac{167}{27}\right)+70=-97$이다.

[문제 3−2] (답) $\alpha\beta=15$

(풀이) $f(x)=x^3-2x^2-5$에서 $f'(x)=3x^2-4x=x(3x-4)$이므로 $f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=\frac{4}{3}$이다. 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

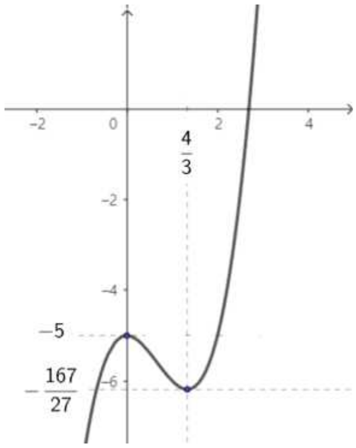
x	$\cdots$	0	$\cdots$	$\frac{4}{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	-5	↘	$-\frac{167}{27}$	↗

$f(x)$는 $x=0$에서 극댓값, $x=\frac{4}{3}$에서 극솟값을 갖는다. 이때 $f(0)=-5$이다(그림 1). 함수 $y=f(x-1)+3$이 나타내는 그래프 개형은 $y=f(x)$이 나타내는 그래프 개형을 x축의 방향으로 1

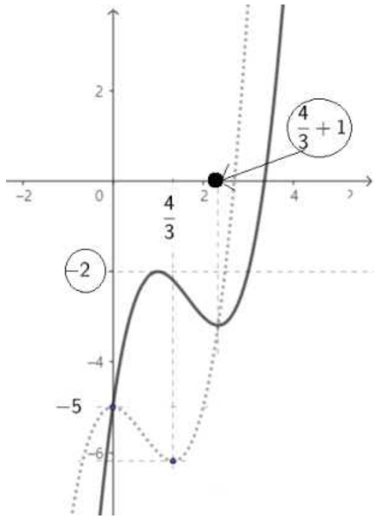
만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 함수이다(그림 2). 또 $y=f(x-1)+3$의 x절편 (C,0)에서

$$y=|f(x-1)+3|=\begin{cases} f(x-1)+3, & x \ge \mathrm{C} \\ -(f(x-1)+3), & x < \mathrm{C} \end{cases}$$

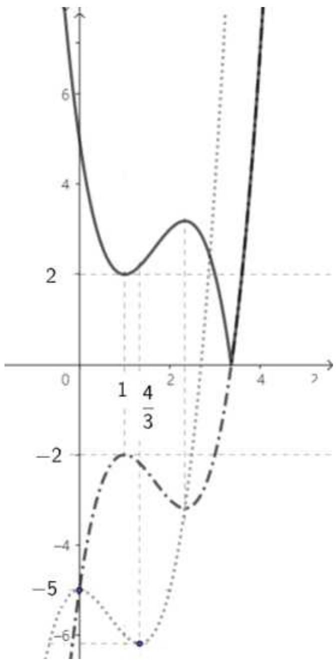
이므로 함수 $y=|f(x-1)+3|$의 그래프 개형은 (그림 3)이다. 또 $g(x)=\frac{5}{2}|f(x-1)+3|$의 그래프 개형은 (그림 4)이다.



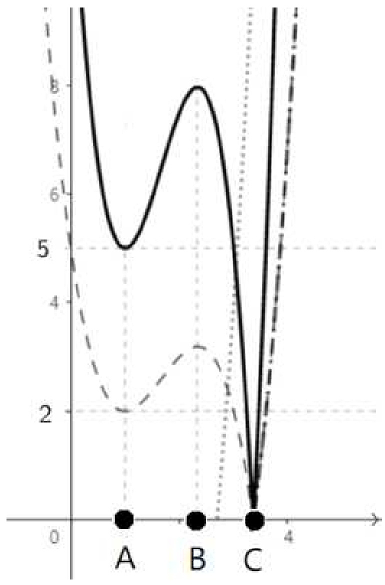
[그림 1] $y=f(x)$



[그림 2] $y=f(x-1)+3$



[그림 3] $y=|f(x-1)+3|$



[그림 4] $g(x)=\frac{5}{2}|f(x-1)+3|$

$g(x)$가 $x=\mathrm{A}$, $x=\mathrm{C}$에서 극솟값, $x=\mathrm{B}$에서 극댓값을 가지므로(그림 4), $\alpha=3$이다. 또 $g(1)=\frac{5}{2}|f(0)+3|=5, g(\mathrm{C})=0$이므로 $\beta=5$이다. 따라서 $\alpha\beta=3\times5=15$이다.

■ 논술우수자 전형(창의인재) **출제 문제3**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사)

(문제 3-1)

사인함수의 성질을 이용해 구한 범위에서 주어진 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제이다. 주어진 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있어야 하며 수학Ⅱ를 충실히 이수한 학생이라면 무난하게 풀 수 있는 문항이다.

(문제 3-2)

절댓값을 이용해 정의된 함수의 그래프의 개형을 파악해 극값을 구하는 문제이다. 도함수를 활용해 함수의 증감표를 그려 그래프의 개형을 판단하는 문제는 수학Ⅱ에서 많이 다루는 문제로 교육과정을 충실히 이수한 학생이라면 무난하게 풀 수 있는 문항이다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사)

(문제 3-1)

치환을 활용하여 주어진 식을 간단하게 변형한 뒤 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제로 수학Ⅱ 과목에서 학습하는 극대와 극소를 활용하여 그래프의 개형을 그릴 수 있는 능력이 있는지를 확인하기에 적절한 문제이다.

(문제 3-2)

제시문의 함수의 그래프를 그린 뒤 극값의 개수를 구하고, 계산이 다소 복잡한 극댓값이 아닌 극솟값의 합을 구하는 문제로 계산 실수를 하지 않도록 배려하였다. 교육과정을 충실히 이수한 학생이라면 그래프를 그리는 데에 문제가 없으며 충분히 해결 가능한 문항이다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사)

(문제 3-1)

삼각함수의 그래프를 고려하여 함수를 치환하고 그 범위를 활용해 주어진 함수의 최댓값과 최솟값을 미분을 이용해 도출하는 문제이다. 각 개념의 접근은 학교의 교육과정 안에서 학습하고 경험할 수 있는 수준으로서 교육과정 범위 안에서 충분히 해결이 가능한 문제이다.

(문제 3-2)

미분을 이용하여 주어진 합성함수의 그래프 개형과 극값을 도출하는 문제이다. 교육과정 내에서 미적분의 기본적인 개념의 이해와 연산 능력, 문제 해결 능력과 수학적 사고력을 측정하며 학생의 수준을 변별하기에 적절한 문제이다.

[문항카드 6]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	창의인재(의예과) / 문제 1-1, 1-2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 기하, 미적분
	핵심개념 및 용어	지수함수의 그래프, 미분계수, 포물선, 자연로그
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

【문제 1】 아래의 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.(30점)

(가) e는 무리수이고, 그 값은 $e=2.71828182845904...$이다.

(나) 함수 $f(x)=e^{nx}+e^{-nx}$ $(n=1,2,3,...)$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(x,y)$에서의 접선의 기울기는 $2n$이라고 하자. 점 $\mathrm{P}(x,y)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 Q라고 할 때 원점 $\mathrm{O}(0,0)$와 두 점 P,Q에 대하여 삼각형 OPQ의 넓이가 최대일 때의 P와 Q를 각각 P'와 Q'라고 하자.

(다) 제시문 (나)에서 주어진 함수 $f(x)$에 대해서 함수 $g(x)=\dfrac{1}{n}\ln f(x)$ $(n=1,2,3,...)$라고 하자.

[문제 1-1] 제시문 (나)에서 주어진 함수 $f(x)$와 점 P의 x좌표를 a_n이라고 할 때 $\lim\limits_{n\to 0}\left(\dfrac{1}{a_n}+1\right)^{\frac{1}{n}}=\alpha$라고 하자. 제시문 (다)에서 주어진 함수 $g(x)$에 대해서 닫힌 구간 $[0,k]$에서 $g'(x)$의 최댓값이 $\dfrac{1}{3}e^{\frac{1}{\ln\alpha}}$일 때, k의 값을 구하시오.(15점)

[문제 1-2] 포물선 $y^2=12x$ 위의 점 (a,b)에서의 접선과 제시문 (나)에서 주어진 함수 $f(x)$의 점 Q'에서의 접선이 서로 수직이다. 삼각형 $\mathrm{OP}'\mathrm{Q}'$의 넓이를 S라고 하자. $S\sqrt{ab}$의 값을 구하시오.(15점)

3. 출제 의도

본 문제는 지수함수의 극한을 구하고 미분계수의 기하학적 의미를 알고 지수함수에 활용할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 지수함수와 포물선의 접선의 방정식을 구하고 활용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

1. 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호[별책8] "수학과 교육과정"
	수학Ⅰ-Ⅰ.지수함수와 로그함수-2.지수함수와 로그함수 수학Ⅱ-Ⅱ.미분-1.미분계수 기하-Ⅰ.이차곡선-2.이차곡선과 직선 미적분-Ⅱ.미분법-1.여러 가지 함수의 미분
성취기준	[12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. [12수학Ⅰ01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다. [12수학Ⅱ02-02] 미분계수의 기하적 의미를 이해한다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다. [12미적02-01] 지수함수와 로그함수의 극한을 구할 수 있다.

2. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학1	홍성복	지학사	2020	44-45
	수학Ⅱ	이준열	천재교육	2020	56
	기하	류희찬	천재교과서	2020	12-13
	미적분	류희찬	천재교과서	2020	57-58

5. 문항 해설

[문제 1-1] 함수 $f(x)$의 접선 기울기가 $2n$인 점 P의 좌표에서의 극한값 α를 구한다. 닫힌 구간 $[0,k]$에서 $g'(x)$의 그래프 개형을 통해 점 $x=k$에서 최댓값 $g'(k)=\frac{1}{3}e^{\frac{1}{\ln\alpha}}$을 만족시키는 k의 값을 구한다.

[문제 1-2] 함수 $f(x)$의 접선 기울기가 $2n$인 점 P의 좌표를 통해 점 Q의 좌표를 알아내고 삼각형 OPQ의 넓이가 최대인 경우를 찾는다. 또 Q$'$에서의 접선의 기울기를 계산한다.

포물선 $y^2=12x$ 위의 점 (a,b)에서의 접선과 제시문 (나)에서 주어진 함수 $f(x)$의 점 Q$'$에서의 접선이 서로 수직인 성질을 이용하여 문제의 답을 구한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	5점: $\alpha=e^{\frac{1}{\ln(1+\sqrt{2})}}$을 구할 수 있다. 5점: $g'(x)$는 증가한다를 구할 수 있다.	15

	5점: $k=\frac{1}{2n}\ln\left(5+3\sqrt{2}\right)$를 구할 수 있다.	
1-2	5점: Q′에서의 접선의 기울기는 -2를 구할 수 있다. 5점: 포물선 $y^2=12x$ 위의 점 (a,b)에서의 접선의 방정식은 $y=\frac{6}{b}x+\frac{6a}{b}$을 구할 수 있다. 5점: $S\sqrt{ab}=24\sqrt{2}\ln(1+\sqrt{2})$를 구할 수 있다.	15

7. 예시 답안

[문제 1-1] (답) $k=\frac{1}{2n}\ln\left(5+3\sqrt{2}\right)$

(풀이) $f(x)=e^{nx}+e^{-nx}$라고 하면 $f'(x)=n(e^{nx}-e^{-nx})$이므로 $e^{nx}-e^{-nx}=2$ 이고 $e^{2nx}-2e^{nx}-1=0$이다. $e^{nx}=X(X>0)$로 놓으면 $X^2-2X-1=0$이고 $X=1\pm\sqrt{2}$이다. 그런데 $X>0$이므로 $e^{nx}=1+\sqrt{2}$이므로 $a_n=\frac{1}{n}\ln(1+\sqrt{2})$이다. 또

$$\lim_{n\to 0}\left(\frac{1}{a_n}+1\right)^{\frac{1}{n}}=\lim_{a_n\to\infty}\left(\frac{1}{a_n}+1\right)^{\frac{a_n}{\ln(1+\sqrt{2})}}=\lim_{a_n\to\infty}\left\{\left(\frac{1}{a_n}+1\right)^{a_n}\right\}^{\frac{1}{\ln(1+\sqrt{2})}}=e^{\frac{1}{\ln(1+\sqrt{2})}}$$

이므로 $\alpha=e^{\frac{1}{\ln(1+\sqrt{2})}}$이다.

$$g'(x)=\frac{f'(x)}{nf(x)}=\frac{e^{nx}-e^{-nx}}{e^{nx}+e^{-nx}}=\frac{e^{nx}+e^{-nx}-2e^{-nx}}{e^{nx}+e^{-nx}}=1-\frac{2e^{-nx}}{e^{nx}+e^{-nx}}\quad\cdots\cdots①$$

x의 값이 증가하면 $e^{nx}+e^{-nx}$의 값이 증가하고 $\frac{2}{e^{nx}+e^{-nx}}$와 e^{-nx}의 값은 감소하므로 $g'(x)$는 증가한다. 그러므로 닫힌 구간 $[0,k]$에서 함수 $g'(x)$는 $x=k$에서 최대이고 최댓값은 $g'(k)$ $=1-\frac{2e^{-nk}}{e^{nk}+e^{-nk}}=\frac{1}{3}e^{\frac{1}{\ln\alpha}}=\frac{1}{3}e^{\ln(1+\sqrt{2})}=\frac{1+\sqrt{2}}{3}$이므로 $1-\frac{2e^{-nk}}{e^{nk}+e^{-nk}}=\frac{1+\sqrt{2}}{3}$이고 이 식의 양변을 정리하면

$$\frac{2-\sqrt{2}}{6}=\frac{e^{-nk}}{e^{nk}+e^{-nk}}\quad\cdots\cdots②$$

이다. 이때 $\frac{2-\sqrt{2}}{6}=t$라고 하고 ②에 대입하면 $t=\frac{e^{-nk}}{e^{nk}+e^{-nk}}$이고 식을 정리하면 $te^{nk}=e^{-nk}-te^{-nk}$이다. 이때 양변에 e^{nk}을 곱하면

$$e^{2nk}=\frac{1-t}{t}=\frac{1-\frac{2-\sqrt{2}}{6}}{\frac{2-\sqrt{2}}{6}}=5+3\sqrt{2}$$

이다. 따라서 $k=\frac{1}{2n}\ln(5+3\sqrt{2})$이다.

[문제 1-2] (답) $24\sqrt{2}\ln(1+\sqrt{2})$

(풀이) 점 P의 x좌표는 $a_n=\frac{1}{n}\ln(1+\sqrt{2})$, y좌표는 $2\sqrt{2}$이고 점 Q의 x좌표 $b_n=-\frac{1}{n}\ln(1+\sqrt{2})$, y좌표는 $2\sqrt{2}$이다.

삼각형 OPQ의 넓이는 $2\sqrt{2}\frac{1}{n}\ln(1+\sqrt{2})=2\sqrt{2}\ln(1+\sqrt{2})\frac{1}{n}$이고 $n=1,2,3,\cdots$이므로 삼각형 OPQ의 넓이가 최대가 되는 경우는 $n=1$이고 이때

$$\mathrm{P}'(\ln(1+\sqrt{2}),2\sqrt{2}),\ \mathrm{Q}'(-\ln(1+\sqrt{2}),2\sqrt{2})$$

이다. 점 P′에서의 접선의 방정식은 $y-2\sqrt{2}=2(x-\ln(1+\sqrt{2}))$이며 이 접선을 y축 대칭하면 점 Q′에서의 접선이 된다. 따라서 점 Q′에서의 접선의 방정식은 $y-2\sqrt{2}=2(-x-\ln(1+\sqrt{2}))$ 이며 Q′에서의 접선의 기울기는 -2이다.

포물선 $y^2=12x$ 위의 점 (a,b)에서의 접선의 방정식은 $y=\frac{6}{b}x+\frac{6a}{b}$이고 이 접선은 점 Q′에서의 접선과 수직이므로 $b=12$이다. 점 (a,b)는 포물선 $y^2=12x$ 위의 점이므로 $b^2=12a$이고 이 식에 $b=12$를 대입하여 풀면 $a=12$이다. 또 삼각형 OP′Q′의 넓이는 $S=2\sqrt{2}\ln(1+\sqrt{2})$이다. 따라서 $S\sqrt{ab}=24\sqrt{2}\ln(1+\sqrt{2})$이다.

■ 논술우수자 전형(창의인재-의예과) **수학문제1**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사)

(문제 1-1)

무리수 e의 정의와 지수함수와 로그함수의 그래프에 대해 잘 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 교육과정 범위에 있으며, 여러 분야의 개념이 복합적으로 작용하고 있기 때문에 교육과정에 대한 충실한 이수와 함께 꼼꼼함이 요구되는 문항이다.

(문제 1-2)

음함수의 미분법을 이용해 구한 포물선의 접선과 주어진 조건을 만족하는 점 Q'에서의 접선이 서로 수직임을 이용하여 미지수와 삼각형의 넓이를 구하는 문제이다. 제시된 조건을 분석하여 삼각형의 넓이가 언제 최대가 되는지를 파악할 수 있어야 하며 교육과정에 벗어나지 않고, 미적분을 충실히 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문항이다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사)

(문제 1-1)

주어진 구간에서 로그함수를 미분한 값의 최댓값을 제시하고 이를 이용하여 미지수를 구하는 문제로 난이도가 높은 편이나 미적분 과목의 교육과정을 충실히 이행한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문항이다.

(문제 1-2)

포물선 위의 점과 지수함수의 합으로 이루어진 함수 위의 점에서의 접선이 서로 수직이라는 조건을 만족할 때, 접점과 문제에서 요구하는 삼각형의 넓이를 구하는 문제로 [문제 1-1]에서 주어진 조건들을 정확히 파악한 학생이라면 고등학교 교육과정에서 학습한 내용만을 이용하여 풀이가 가능하다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사)

(문제 1-1)

지수함수의 미분을 활용하여 a_n을 구한 후 극한을 통하여 기본적인 조건을 찾은 후 로그함수의 미분을 활용하여 식을 정리한 후 최댓값를 이용하여 미지수를 구하는 문제로 난이도가 높은 편이다.
고등학교 교육과정을 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 수준의 문제이다.

(문제 1-2)

제시만 (나)와 문제1-1을 활용하여 점 P의 좌표와 점 Q의 좌표를 구하여 삼각형 OPQ의 넓이가 최대일 때의 두 점 P', Q'를 구한 후 점 Q'에서의 접선의 방정식과 음함수의 미분을 이용하여 포물선의 접선의 방정식을 주어진 조건을 활용하여 해결하는 문제이다.
문제 1-1의 해결 과정에 따라 문제의 난이도가 달라질 수 있지만 주어진 제시문과 조건을 파악하는 과정에서 약간의 어려움이 있을 수 있으므로 난이도가 중간 정도이다.
고등학교 교육과정을 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 수준의 문제이다.

[문항카드 7]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의예과(수학) / 문제 2-1, 2-2	
출제 범위	교육과정 과목명	수학Ⅰ, 미적분
	핵심개념 및 용어	호도법, 코사인법칙, 삼각함수의 덧셈정리
예상 소요 시간	30분	

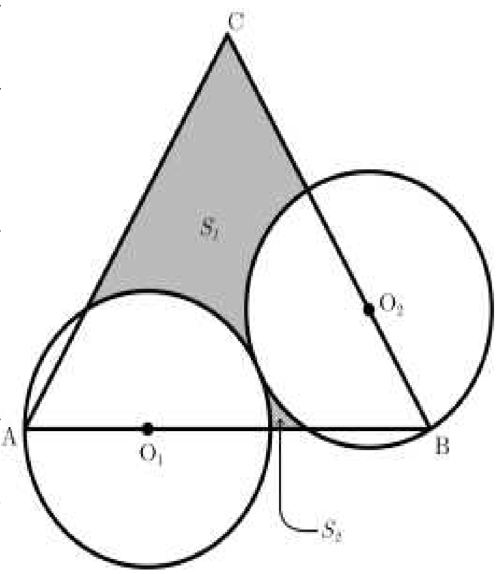
2. 문항 및 제시문

【문제 2】 아래의 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.(30점)

(가) 잔디에 물을 주는 스프링클러(sprinkler)는 급수 노즐에서 물을 분사하여, 노즐로부터 일정한 거리 이내의 영역에 물을 뿌려주는 장치이다. 물이 뿌려지는 살수 범위는 노즐을 중심으로 하는 원의 내부이며, 이 원의 반지름을 살수반경이라 부른다.

(나) 오른쪽 그림과 같이 평평한 땅에 정삼각형 모양의 잔디밭이 있다. 이 잔디밭이 만드는 정삼각형을 삼각형 ABC라고 하자.

(다) 살수반경이 2 m인 스프링클러 2개를 이용하여 제시문 (나)에 있는 삼각형 모양의 잔디밭에 물을 뿌리고자 한다. 2개의 급수 노즐은 각각 선분 AB, 선분 BC 위에 있고, 이 2개의 스프링클러가 만드는 살수 범위는 각각 중심이 O_1인 원의 내부와 중심이 O_2인 원의 내부이다.



(라) 제시문 (다)에서 주어진 중심이 O_1인 원은 점 A를 지나고, 중심이 O_2인 원은 점 B를 지난다. 그리고 두 원은 서로 접한다.

(마) 잔디밭에서 물이 뿌려지지 않은 두 영역 중 큰 영역을 S_1, 작은 영역을 S_2라고 하자.

[문제 2-1] 영역 S_1과 S_2의 넓이를 구하시오. (15점)

[문제 2-2] 영역 S_1에 물을 뿌리기 위해 점 C에 새로운 급수 노즐을 놓는다고 하자. 이 노즐의 살수반경의 최솟값을 r이라 할 때, r^2을 구하시오. (15점)

3. 출제 의도

삼각함수에 대한 이해도 및 코사인법칙에 대한 지식과 그 응용력을 측정하고자 하였으며 도형의 넓이를 계산하는 능력을 측정하고자 하였다.

4. 출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호[별책8] "수학과 교육과정" 수학Ⅰ-Ⅱ.삼각함수-1.삼각함수의 뜻과 그래프 수학Ⅰ-Ⅱ.삼각함수-2.삼각함수의 활용 미적분-Ⅱ.여러 가지 함수의 미분-3.삼각함수의 덧셈정리
성취기준	[12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. [12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.

2. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅰ	홍석복 외	지학사	2020	72-73
	수학Ⅰ	홍석복 외	지학사	2020	98-99
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	68-69

5. 문항 해설

(문제 2-1)

영역 S_1+S_2는 정삼각형 ABC에서 삼각형 $\mathrm{AO_1P_1}$, 삼각형 $\mathrm{BO_2P_2}$, 부채꼴 $\mathrm{O_1P_1Q_1}$, 부채꼴 $\mathrm{O_2P_2Q_2}$을 뺀 영역이다. 삼각형 $\mathrm{O_1BO_2}$에 코사인법칙을 적용하여 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 구한다. 정삼각형 ABC의 넓이에서 삼각형 $\mathrm{AO_1P_1}$, 삼각형 $\mathrm{BO_2P_2}$, 부채꼴 $\mathrm{O_1P_1Q_1}$, 부채꼴 $\mathrm{O_2P_2Q_2}$의 넓이를 빼서 영역 S_1+S_2의 넓이를 구한다. 영역 S_2는 직각삼각형 $\mathrm{HO_1O_2}$에서 삼각형 $\mathrm{HO_2P_2}$, 부채꼴 $\mathrm{O_1Q_1D}$, 부채꼴 $\mathrm{O_2P_2D}$를 뺀 영역이다. 부채꼴 $\mathrm{O_1Q_1D}$의 원주각이 θ일 때, 부채꼴 $\mathrm{O_2P_2D}$의 원주각이 $\frac{\pi}{3}-\theta$임을 이용하여 S_2의 넓이를 구한다. S_1+S_2의 넓이와 S_2의 넓이로부터 S_1의 넓이를 구한다.

(문제 2-2)

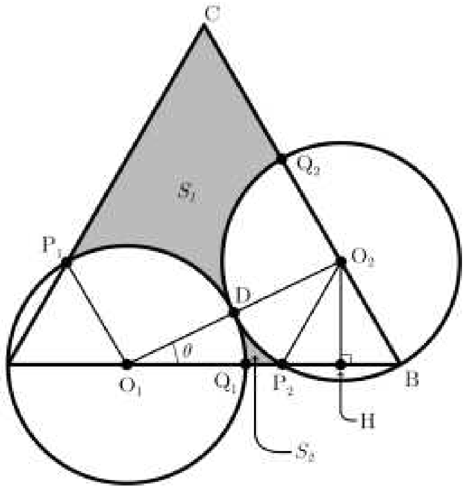
살수반경의 최솟값 r은 $\overline{\mathrm{CP_1}}$과 $\overline{\mathrm{CD}}$중 큰 값이다. $\overline{\mathrm{CP_1}}$은 정삼각형 ABC의 한 변의 길이에서 원 $\mathrm{O_1}$의 반지름을 빼서 구한다. 삼각형 $\mathrm{O_2CD}$에 코사인법칙을 적용하고, 삼각함수의 덧셈정리를 사용하여 $\overline{\mathrm{CD}}^2$을 구한다. $\overline{\mathrm{CD}}^2-\overline{\mathrm{CP_1}}^2>0$이므로 $r^2=\overline{\mathrm{CD}}^2$이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	(상) 문제해결 방향과 계산이 명확하고 옳게 답을 구한경우 (중상) 문제해결 방향을 맞게 설정했지만 계산에 사소한 실수가 있는 경우 (중하) 문제해결 방향을 맞게 설정했지만 계산에 중요한 실수가 있거나 계산을 끝까지 마치지 못한 경우 (하) 잘못된 방향설정으로 답을 구하지 못한 경우	15
2-2	(상) 문제해결 방향과 계산이 명확하고 옳게 답을 구한경우 (중상) 문제해결 방향을 맞게 설정했지만 계산에 사소한 실수가 있는 경우 (중하) 문제해결 방향을 맞게 설정했지만 계산에 중요한 실수가 있거나 계산을 끝까지 마치지 못한 경우 (하) 잘못된 방향설정으로 답을 구하지 못한 경우	15

7. 예시 답안

(문제 2-1) 우선 S_1+S_2의 넓이와 S_2의 넓이를 구한 후 두 값의 차를 이용하여 S_1의 넓이를 구한다. 오른쪽 그림과 같이 보조선을 사용한다.



< 1 > S_1+S_2의 넓이를 구하자.

영역 S_1+S_2는 정삼각형 ABC에서 삼각형 AO_1P_1, 삼각형 BO_2P_2, 부채꼴 $O_1P_1Q_1$, 부채꼴 $O_2P_2Q_2$을 뺀 영역이다. 삼각형 O_1BO_2에서 $\overline{O_1B}=x$라고 하면, $\overline{O_1O_2}=4$, $\overline{O_2B}=2$, $\angle B=\frac{\pi}{3}$이므로 코사인법칙에 의해서 $4^2=x^2+2^2-4x\cos\frac{\pi}{3}$이다. 따라서 $0<x=\sqrt{13}+1$이고, 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 $\sqrt{13}+3$이 된다. 삼각형 AO_1P_1과 삼각형 BO_2P_2는 모두 한 변의 길이가 2인 정삼각형이고, 부채꼴 $O_1P_1Q_1$과 부채꼴 $O_2P_2Q_2$는 모두 원주각이 $\frac{2\pi}{3}$이다. 그러므로 S_1+S_2의 넓이는 다음과 같다.

$$\frac{(\sqrt{13}+3)^2\sqrt{3}}{4}-2\times\left(\frac{2^2\sqrt{3}}{4}\right)-2\times\left(\frac{1}{2}\times2^2\times\frac{2\pi}{3}\right)$$
$$=\frac{(22+6\sqrt{13})\sqrt{3}}{4}-2\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}=\frac{7\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{39}}{2}-\frac{8\pi}{3}$$

< 2 > S_2의 넓이를 구하자.

영역 S_2는 직각삼각형 HO_1O_2에서 삼각형 HO_2P_2, 부채꼴 O_1Q_1D, 부채꼴 O_2P_2D를 뺀 영역이다. 직각삼각형 HO_1O_2의 밑변 $\overline{O_1B}-\overline{HB}=x-1=\sqrt{13}$이고 높이 $\overline{O_2H}=\sqrt{3}$이다. 삼각형 HO_2P_2의 밑변 $\overline{HP_2}=1$이고 높이 $\overline{O_2H}=\sqrt{3}$이다. 부채꼴 O_1Q_1D의 원주각은 θ이고, 부채꼴 O_2P_2D의 원

주각은 $\frac{\pi}{3}-\theta$이다. 그러므로 S_2의 넓이는 다음과 같다.

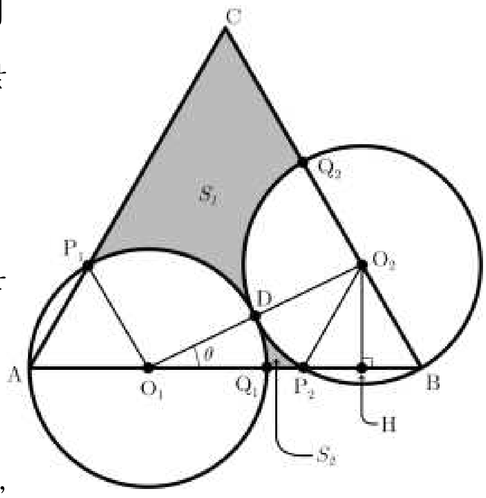
$$\frac{1}{2}\times\sqrt{13}\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times 2^2\times\theta-\frac{1}{2}\times 2^2\times\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$$
$$=\frac{\sqrt{39}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2\pi}{3}$$

〈 3 〉 S_1의 넓이를 구하자.

S_1+S_2의 넓이는 $\frac{7\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{39}}{2}-\frac{8\pi}{3}$이고 S_2의 넓이는 $\frac{\sqrt{39}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2\pi}{3}$이므로 S_1의 넓이는 다음과 같다.

$$\left(\frac{7\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{39}}{2}-\frac{8\pi}{3}\right)-\left(\frac{\sqrt{39}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2\pi}{3}\right)=4\sqrt{3}+\sqrt{39}-2\pi$$

(문제 2-2) 살수반경의 최솟값 r은 $\overline{\mathrm{CP_1}}$과 $\overline{\mathrm{CD}}$중 큰 값이다. $\overline{\mathrm{CP_1}}^2$과 $\overline{\mathrm{CD}}^2$을 각각 계산하고 이 두 값 중 큰 값을 찾자. 오른쪽 그림과 같이 보조선을 사용한다.



〈 1 〉 $\overline{\mathrm{CP_1}}^2$을 구하자.

$\overline{\mathrm{CP_1}}$은 정삼각형 ABC의 한 변의 길이에서 원 $\mathrm{O_1}$의 반지름을 뺀 값과 같다. 즉, $\overline{\mathrm{CP_1}}^2=(\sqrt{13}+1)^2=14+2\sqrt{13}$이다.

〈 2 〉 $\overline{\mathrm{CD}}^2$을 구하자.

삼각형 $\mathrm{O_2CD}$에 코사인법칙을 적용하자. $\overline{\mathrm{O_2C}}=\sqrt{13}+1$, $\overline{\mathrm{O_2D}}=2$, $\angle CO_2D=\theta+\frac{\pi}{3}$이므로

$$\overline{\mathrm{CD}}^2=(\sqrt{13}+1)^2+2^2-2\times(\sqrt{13}+1)\times 2\times\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$=(14+2\sqrt{13})+4-4(\sqrt{13}+1)\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$$

삼각함수의 덧셈정리에 의해서

$$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\theta\cos\frac{\pi}{3}-\sin\theta\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta}{2}$$

직각삼각형 $\mathrm{HO_1O_2}$에서 $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{4}$, $\cos\theta=\frac{\sqrt{13}}{4}$이므로

$$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{13}}{4}-\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\right)=\frac{\sqrt{13}-3}{8}$$

따라서

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{CD}}^2 &= (18+2\sqrt{13})-4(\sqrt{13}+1)\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\\ &= (18+2\sqrt{13})-4(\sqrt{13}+1)\times\frac{\sqrt{13}-3}{8}\\ &= 13+3\sqrt{13}\end{aligned}$$

< 3 > $\overline{\mathrm{CD}}^2$과 $\overline{\mathrm{CP_1}}^2$의 크기를 비교하자.

$$(\overline{\mathrm{CD}}^2-\overline{\mathrm{CP_1}}^2) = (13+3\sqrt{13})-(14+2\sqrt{13}) = \sqrt{13}-1>0$$

따라서 $\overline{\mathrm{CD}}^2 > \overline{\mathrm{CP_1}}^2$이므로 $r^2=\overline{\mathrm{CD}}^2 = 13+3\sqrt{13}$이다.

■ 논술우수자 전형(창의인재-의예과) **수학문제2**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사)

(문제 2-1)

삼각함수의 이해를 바탕으로 코사인 법칙을 활용해 주어진 도형의 영역의 넓이를 구하는 문제이다. 호도법과 코사인 법칙을 활용해 넓이를 구할 수 있도록 주어진 도형에 적절한 보조선을 그을 수 있어야 하며, 학교에서 문제 풀이를 통해 문제해결력을 향상시킨 학생이라면 충분히 풀이가 가능한 문항이다.

(문제 2-2)

새로운 급수 노즐을 설치했을 때 문제에서 제시한 영역에 물을 뿌리기 위한 최소의 살수 반경을 구하는 문제이다. 살수 반경의 최솟값을 구하기 위해 필요한 선분의 길이를 구할 수 있어야 하며 이 과정에서 코사인 법칙과 삼각함수의 덧셈정리를 활용할 수 있어야 한다. 교육과정 범위에 있으며 수학Ⅰ과 미적분을 충실히 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문항이다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사)

(문제 2-1)

정삼각형의 두 변 위에 각각 위치한 스프링클러에서 물을 분사할 때 물이 닿지 않는 두 부분의 넓이를 구하는 문제로 코사인 법칙이나 사인 법칙을 이용하여 정삼각형의 한 변의 길이를 구할 수 있고 삼각형과 부채꼴의 넓이를 빼는 방법으로 구하고자 하는 넓이를 구할 수 있어 난이도가 높지는 않으나 정확한 계산 능력이 요구되는 문항이다.

(문제 2-2)

물이 닿지 않는 부분 중 큰 부분에 물을 뿌리기 위해 새로운 급수 노즐을 추가할 때 반지름이 얼마나 되도록 하면 될지를 묻는 문항으로 수학Ⅰ 과목의 코사인 법칙과 미적분 과목에 있는 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 어려움 없이 해결이 가능하다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사)

(문제 2-1)

주어진 조건을 만족하는 영역의 넓이를 구하는 과정에서 코사인법칙과 보조선을 이용하여 해결하는 문제이다. 보조선을 활용하여 코사인법칙과 호도법을 이용하여 해결하는 문제로 난이도가 중간 정도이다.
고등학교 교육과정을 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 수준의 문제이다.

(문제 2-2)

새로운 노즐을 설치하여 조건을 만족하는 영역에 믈을 뿌리기 위한 살수반경을 구하는 문제이다.
최소의 살수반경을 구하기 위하여 문제 2-1과 코사인법칙 그리고 삼각함수의 덧셈정리를 활용하면 되는 문제로 난이도가 중간 정도이다. 고등학교 교육과정을 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 수준의 문제이다.

[문항카드 8]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의예과(물리학)/1-1, 1-2, 2-1, 2-2	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학Ⅰ, 물리학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	뉴턴 운동 제2법칙, 등가속도 운동, 포물선 운동, 파동의 간섭, 영의 이중슬릿 실험
예상 소요 시간	60분	

2. 문항 및 제시문

【문제 1】아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(30점)

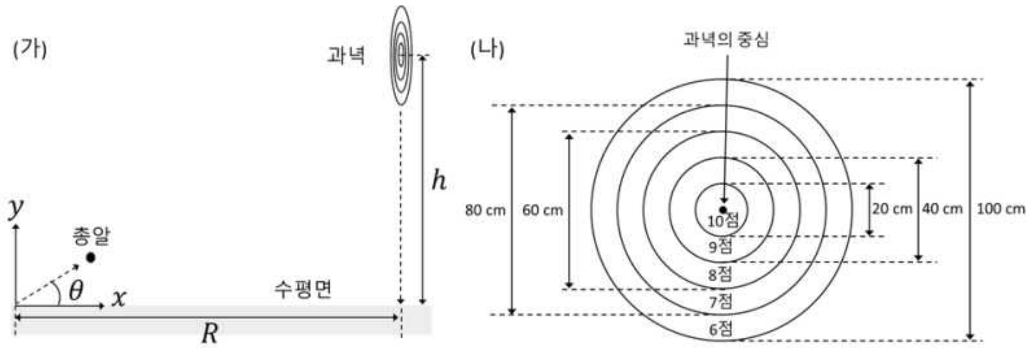
(가) 물체에 힘이 작용하면 알짜힘의 방향으로 물체가 가속된다. 가속도 a는 물체에 작용하는 알짜힘 F에 비례하고 질량 m에 반비례한다. 이를 수식으로 나타내면 $F=ma$이다. 이것을 뉴턴 운동 제2법칙이라고 한다.

(나) 공기 저항을 무시할 때 지표면 근처의 상공에서 잡고 있던 물체를 가만히 놓으면 물체는 지구 중심 쪽을 향하여 떨어진다. 이와 같이 초기 속도의 크기, 방향과 상관없이 중력의 영향만을 받아 낙하하는 물체의 운동을 자유낙하 운동이라 한다. 정지 상태에서 물체가 자유 낙하할 때 뉴턴 운동 제2법칙에 의해 $mg=ma$가 성립하므로 $a=g$, 즉 물체는 가속도가 중력가속도 g인 등가속도 운동을 한다. 이때 처음 위치를 기준점으로 할 때 연직 아래 방향을 (+)로 하면 t초 후의 속도 v와 낙하 거리 h는 다음과 같다.

$$v=gt,\quad h=\frac{1}{2}gt^2,\quad v^2=2gh$$

(다) 물체를 수평면으로부터 일정한 각을 갖도록 비스듬히 쏘아 올리면 물체의 초기 속도는 처음부터 수직 성분과 수평 성분을 갖고 출발한다. 공기 저항을 무시할 때 물체의 수직 방향의 운동을 보면 중력 가속도가 작용하여 물체의 속력이 점차 줄어들다가 어느 순간 정지하게 된다. 이때 정지하는 지점의 높이가 물체가 위로 올라갈 수 있는 최대 높이이다. 그 후 물체는 방향을 바꾸어 아래로 점차 속력이 증가하는 가속도 운동을 한다. 한편 수평 방향의 운동은 초기 수평 방향의 속도를 그대로 유지하는 운동이다. 두 운동이 합쳐져 물체는 포물선 운동을 하는 것으로 관찰된다.

※ 아래 문제에서 중력가속도 g는 10 m/s^{2}로 가정하고, 공기의 저항은 무시한다. <그림 1>의 (가)에서 수평면에서 과녁의 중심까지의 높이 h는 6 m이고, 총알을 쏘는 지점으로부터 과녁까지의 수평 이동거리 R은 8 m이다. <그림 1>의 (나)는 과녁의 크기와 점수를 보여주고 있다. (단, 과녁의 두께와 총알의 크기는 무시하고 총알이 경계에 맞으면 더 높은 점수를 인정한다.)



<그림 1>

[문제 1-1] <그림 1>의 (가)와 같이 수평면으로부터 높이 h에 매달린 과녁의 중심을 과녁으로부터 수평방향으로 R 만큼 떨어진 곳에서 총으로 조준하고 있다가 과녁이 자유낙하를 시작하는 순간 총알을 발사했다. 그 이후 과녁의 바닥이 수평면에 닿을 때까지 0.01 초 간격으로 계속 총알을 동일한 각도(θ)로 발사한다면 총 몇 점을 얻게 되는지 구하시오. (단, 모든 총알의 초기 속도의 크기는 10 m/s이다.)(15점)

[문제 1-2] <그림 1>의 (가)와 같이 수평면으로부터 높이 h에 매달린 과녁의 중심을 과녁으로부터 수평방향으로 R 만큼 떨어진 곳에서 총으로 조준하고 있다가 과녁이 자유낙하를 시작하는 순간 총알을 발사했다. 그 이후 과녁의 바닥이 수평면에 닿을 때까지 0.01 초 간격으로 매순간 과녁의 중심을 향해 다시 조준하고 총알을 발사한다면 총 몇 점을 얻게 되는지 구하시오. (단, 각각의 총알의 초기 속도는 x방향 속도가 8 m/s가 되도록 한다.)(15점)

【문제 2】 아래의 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(10점)

(가) 뉴턴이 빛의 본성은 입자일 것이라고 발표할 당시, 하위헌스를 중심으로 일부 학자들은 빛이 파동이라는 증거를 제시하였다. 그러나 빛이 파동이라는 사실을 확실하게 보여 주는 실험을 수행한 사람은 영국의 물리학자 영이었다. 19세기 초 영은 슬릿에서 나온 빛을 다시 이중 슬릿에 통과시키면 스크린에 밝고 어두운 무늬가 생기는 것을 발견하였다.

(나) 빛은 파동의 성질을 지니고 있기 때문에 두 빛이 중첩되면 물결파의 간섭에서와 마찬가지로 간섭 현상이 나타나며, 보강 간섭 지점은 밝아지고 상쇄 간섭 지점은 어두워진다.

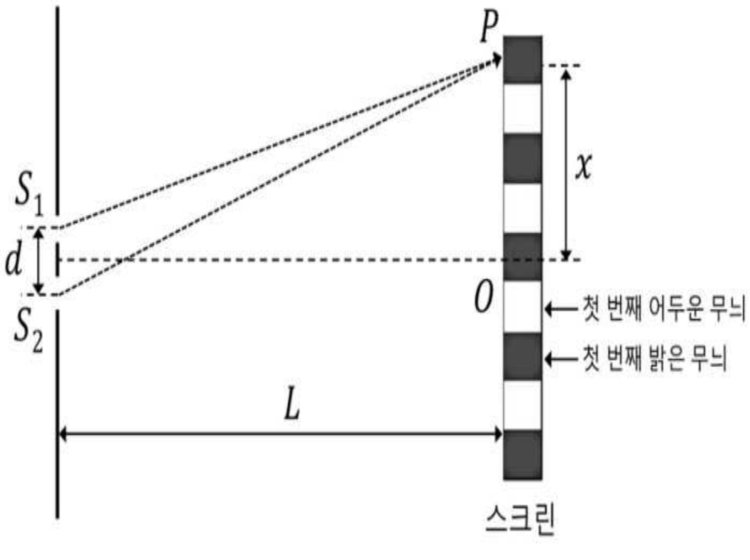
(다) <그림 2>와 같이 파장이 λ인 레이저 빛이 슬릿 S_1과 S_2를 통과하여 스크린의 중심 O에서 x만큼 떨어진 점 P에서 만날 때, 점 P에서 S_1과 S_2로부터 경로차가 반파장의 짝수 배가 되는 지점에서 보강 간섭이 일어나고, 반파장의 홀수 배가 되는 지점에서 상쇄 간섭이 나타난다.

(라) <그림 2>의 이중 슬릿에서 동일한 위상으로 빛이 나올 때 P에서 보강 간섭 또는 상쇄 간섭 현상이 나타나기 위한 조건은 다음과 같다. (λ는 통과하는 빛의 파장, d는 이중 슬릿의 간격, L은 이중 슬릿과 스크린 사이의 거리)

보강 간섭: $d\dfrac{x}{L} = \dfrac{\lambda}{2}(2m) \quad (m = 0, 1, 2, 3, \cdots)$

상쇄 간섭: $d\dfrac{x}{L} = \dfrac{\lambda}{2}(2m+1) \quad (m = 0, 1, 2, 3, \cdots)$

※ 1 nm = 1 × 10^{-9} m, 1 μm = 1 × 10^{-6} m



<그림 2>

[문제 2-1] 파장이 600 nm인 레이저 빛을 슬릿 간격이 180 μm인 이중 슬릿에 비춘 후 이로부터 3 m 떨어진 스크린에 간섭무늬가 만들어지게 하였다. 스크린 중앙에서 4번째 어두운 무늬까지의 거리는 얼마인지 구하시오.(5점)

[문제 2-2] [문제 2-1]과 같이 슬릿 간격이 180 μm인 이중 슬릿에 다른 파장의 레이저 빛을 비춘 후 이로부터 3 m 떨어진 스크린에 간섭무늬가 만들어지게 하였다. 이번에는 [문제 2-1]에서 구한 위치에 스크린 중앙에서 3번째 밝은 무늬를 만드는 빛의 파장을 구하시오.(5점)

3. 출제 의도

문제 1. 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측하는 문제이다. 직선상에서 물체의 운동 그리고 평면상의 포물선 운동을 바탕으로 물체의 거동을 정확하게 이해하고 추론할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.

문제 2. 이중 슬릿 실험에서 파동의 간섭을 이해하는 문제이다. 이중 슬릿의 간섭 실험을 이용하여 빛의 파장과 보강 간섭 및 상쇄 간섭이 일어나는 조건을 정확하게 이해하고 추론할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

1. 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호[별책 9] “과학과 교육과정”	
관련 성취기준 (제시문)	문제 1	[12물리Ⅰ01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리Ⅱ01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리Ⅱ01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.
	문제 2	[12물리Ⅰ03-04] 파동의 간섭이 활용되는 예를 찾아 설명할 수 있다. [12물리Ⅱ03-05] 이중 슬릿의 간섭 실험을 이용하여 빛의 파장을 구할 수 있다.
관련 성취기준 (하위문항)	문제 1-1	[12물리Ⅰ01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리Ⅱ01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리Ⅱ01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.

	문제 1-2	[12물리Ⅰ01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리Ⅱ01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리Ⅱ01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.
	문제 2-1	[12물리Ⅰ03-04] 파동의 간섭이 활용되는 예를 찾아 설명할 수 있다. [12물리Ⅱ03-05] 이중 슬릿의 간섭 실험을 이용하여 빛의 파장을 구할 수 있다.
	문제 2-2	[12물리Ⅰ03-04] 파동의 간섭이 활용되는 예를 찾아 설명할 수 있다. [12물리Ⅱ03-05] 이중 슬릿의 간섭 실험을 이용하여 빛의 파장을 구할 수 있다.

2. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	물리학Ⅰ	김성원 외5	지학사	2020	19-24, 173-178
	물리학Ⅰ	손정우 외5	비상교육	2020	18-25, 158-165
	물리학Ⅰ	강남화 외5	천재교육	2020	18-26, 164-169
	물리학Ⅱ	김성원 외5	지학사	2020	27-33, 34-39, 167-176
	물리학Ⅱ	손정우 외5	비상교육	2020	22-27, 28-31, 142-149
	물리학Ⅱ	강남화 외5	천재교육	2020	25-28, 29-33, 169-173

5. 문항 해설

(문제1-1) 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측하는 문제이다. 직선상에서 물체의 운동 그리고 평면상의 포물선 운동을 바탕으로 물체의 거동을 정확하게 이해하고 추론할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.

(문제1-2) 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측하는 문제이다. 직선상에서 물체의 운동 그리고 평면상의 포물선 운동을 바탕으로 물체의 거동을 정확하게 이해하고 추론할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.

(문제2-1) 이중 슬릿 실험에서 파동의 간섭을 이해하는 문제이다. 이중 슬릿의 간섭 실험을 이용하여 빛의 파장과 보강 간섭 및 상쇄 간섭이 일어나는 조건을 정확하게 이해하고 추론할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.

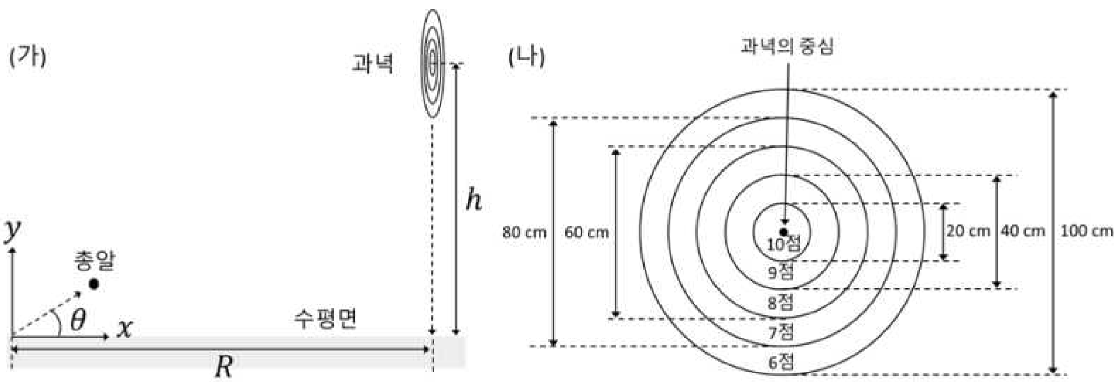
(문제2-2) 이중 슬릿 실험에서 파동의 간섭을 이해하는 문제임. 이중 슬릿의 간섭 실험을 이용하여 빛의 파장과 보강 간섭 및 상쇄 간섭이 일어나는 조건을 정확하게 이해하고 추론할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	자유 낙하하는 물체의 운동, 포물선 운동하는 물체의 운동 이해 여부	15
1-2	자유 낙하하는 물체의 운동, 포물선 운동하는 물체의 운동 이해 여부	15
2-1	이중 슬릿 실험에서 빛의 파장과 상쇄 간섭 조건 이해 여부	5
2-2	이중 슬릿 실험에서 빛의 파장과 보강 간섭 조건 이해 여부	5

7. 예시 답안 혹은 정답

(문제 1-1) [15점]



==

첫 번째 총알 발사 후 0.01초 간격으로 총알이 발사될 때 과녁 바닥이 수평면에 닿기 전까지 총알 몇 발이 과녁에 도착하는지 구한다. (5점)

==

1) 과녁 바닥이 수평면에 닿기 전에 총알이 과녁에 도착하려면 총알이 도착하는 시간에 과녁바닥의 높이가 0보다 크거나 같아야한다.

과녁 바닥의 초기 높이 = 과녁 중심의 높이(6 m) − 과녁의 반지름(0.5 m) = 5.5 m

$y_{과녁바닥} = 5.5 - 5t^2 \geq 0, \quad 5t^2 \leq 5.5, \quad t^2 \leq 1.1$

첫 번째 총알이 과녁에 도착하는 시간 : $t = \dfrac{R}{vcos\theta} = \dfrac{8}{10 \times \dfrac{8}{10}} = 1초$

따라서 첫 번째 총알 발사 후 각각의 총알이 과녁에 도착하는 시간 :

1초, 1.01초, 1.02초, 1.03초, 1.04초, 1.05초, 1.06초...

$1.04^2 = 1.0816 < 1.1, \quad 1.05^2 = 1.1025 > 1.1$

따라서 1초, 1.01초, 1.02초, 1.03초, 1.04초에 도착한 총알 5발만 과녁을 맞춘다.

==

과녁의 자유낙하 운동방정식을 이용하여 각각의 총알이 과녁에 도착하였을 때, 총알의 높이와 과녁의 중심의 높이 차이의 방정식을 구한다. (5점)

==

1) 포물선 운동방정식을 이용하여 각각이 총알이 과녁에 도달하였을 때 높이를 구한다.

각각의 총알이 과녁에 도달하는 데 걸리는 시간은 1초로 동일하다.

따라서 그 때 총알의 높이

$y_{총알} = v_{총알의 초기속도}\sin\theta(1) - \dfrac{1}{2}g(1)^2 = 10 \times \dfrac{6}{10} \times 1 - 5 \times 1 = 1m$로 동일하다.

이 때 과녁 중심의 높이 $y_{과녁} = h - \dfrac{1}{2}gt^2 = 6 - 5t^2$

높이 차이 $= y_{총알} - y_{과녁} = 5t^2 - 5 = 5(t^2 - 1) = 5(t+1)(t-1)$

==

각각의 총알이 과녁에 도착하였을 때, 총알과 과녁의 중심의 높이 차이를 이용하여 점수를 구한다. (5점)

==

1) 총알이 과녁에 도착한 시간을 이용하여 총알과 과녁의 중심의 높이 차이를 계산한 후 각각의 점수를 계산한다.

첫 번째 총알(t=1)의 높이 차이 = 0 m (10 점)
두 번째 총알(t=1.01)의 높이 차이 = 0.1005 m = 10.05 cm (9 점)
세 번째 총알(t=1.02)의 높이 차이 = 0.202 m = 20.2 cm (8 점)

네 번째 총알(t=1.03)의 높이 차이 = 0.3045 m = 30.45 cm (7 점)
다섯 번째 총알(t=1.04)의 높이 차이 = 0.408 m = 40.8 cm (6 점)

따라서 총점: 40점

(문제 1-2) [15점]

==

포물선 운동과 자유 낙하하는 운동의 운동방정식을 통해 첫 번째 총알이 과녁을 명중함을 증명한다. (5점)

==

1) 총알과 과녁이 모두 정지 상태에서 출발한 경우 총알이 과녁에 도착했을 때 총알의 높이와 과녁의 높이를 비교한다.

총알이 과녁에 도착하는 시간 $t = \frac{R}{vcos\theta}$

그때 총알의 높이

$$y_{총알} = vsin\theta \bullet t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{Rsin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{2}g(\frac{R}{vcos\theta})^2 = Rtan\theta - \frac{1}{2}g(\frac{R}{vcos\theta})^2$$

$$= h - \frac{1}{2}g(\frac{R}{vcos\theta})^2$$

$$(\tan\theta = \frac{h}{R})$$

과녁 중심의 높이

$$y_{과녁} = h - \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}g(\frac{R}{vcos\theta})^2 = y_{총알}$$

따라서, 총알과 과녁이 정지 상태에서 출발한 경우 총알은 과녁의 중심에 명중한다.

==

포물선 운동과 자유낙하 운동방정식을 이용하여 각각의 총알이 과녁에 도착하였을 때, 총알의 높이를 구한다. (5점)

==

1) 총알이 과녁에 도착했을 때 높이는 총알이 발사될 당시 과녁의 중심의 높이에서 정지한 물체가 자유낙하 한 높이와 같다.

각각의 총알이 과녁에 도착하는 데 걸리는 시간은 1초로 동일하다.
총알이 과녁에 도달했을 때 높이는

$y_{과녁에\ 도착한\ 총알} = y_{초기\ 과녁의\ 중심} - 5(1)^2$ 이다.

$$y_{초기\ 과녁의\ 중심} = 6 - 5t^2_{총알이\ 발사될\ 때}$$

$$y_{과녁에\ 도착한\ 총알} = 6 - 5t^2_{총알이\ 발사될\ 때} - 5 = 1 - 5t^2_{총알이\ 발사될\ 때}$$

2) 총알이 발사될 때 과녁 중심의 높이를 구한다.

첫 번째 총알이 발사(t=0) 될 때 과녁 중심의 높이 = 6 m
두 번째 총알이 발사(t=0.01) 될 때 과녁 중심의 높이 = 5.9995 m
세 번째 총알이 발사(t=0.02) 될 때 과녁 중심의 높이 = 5.998 m
네 번째 총알이 발사(t=0.03) 될 때 과녁 중심의 높이 = 5.9955 m
다섯 번째 총알이 발사(t=0.04) 될 때 과녁 중심의 높이 = 5.992 m

3) 총알이 과녁에 도착할 때 총알의 높이

첫 번째 총알이 과녁에 도착(t=1)할 때 총알의 높이 = 1 m
두 번째 총알이 과녁에 도착(t=1.01)할 때 총알의 높이 = 0.9995 m
세 번째 총알이 과녁에 도착(t=1.02)할 때 총알의 높이 = 0.998 m
네 번째 총알이 과녁에 도착(t=1.03)할 때 총알의 높이 = 0.9955 m
다섯 번째 총알이 과녁에 도착(t=1.04)할 때 총알의 높이 = 0.992 m

==
자유낙하 운동방정식을 이용하여 각각의 총알이 과녁에 도착하였을 때, 과녁 중심의 높이를 구하고 총알과 과녁 중심의 높이 차이를 이용하여 점수를 구한다. (5점)
==

1) 총알이 과녁에 도착했을 때 과녁 중심의 높이를 구한다.
$y_{\text{과녁 중심}} = 6 - 5t^2_{\text{총알이 도착했을 때}}$ 이다.

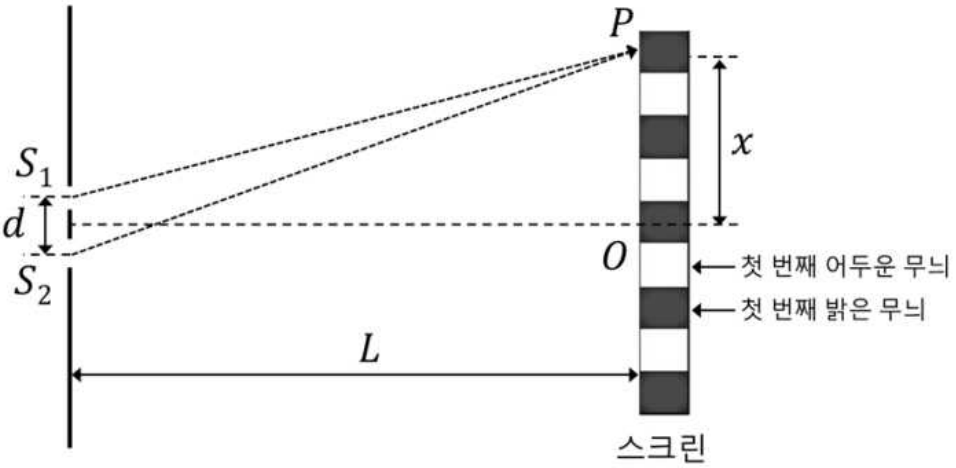
첫 번째 총알이 과녁에 도착(t=1)할 때 과녁 중심의 높이 = 1 m
두 번째 총알이 과녁에 도착(t=1.01)할 때 과녁 중심의 높이 = 0.8995 m
세 번째 총알이 과녁에 도착(t=1.02)할 때 과녁 중심의 높이 = 0.798 m
네 번째 총알이 과녁에 도착(t=1.03)할 때 과녁 중심의 높이 = 0.6955 m
다섯 번째 총알이 과녁에 도착(t=1.04)할 때 과녁 중심의 높이 = 0.592 m

2) 위의 값들을 이용하여 총알과 과녁의 중심의 높이 차이를 계산한 후 각각의 점수 계산한다. (단, 경계에 맞을 경우 높은 점수를 적용)

첫 번째 총알(t=1)과 과녁 중심의 높이 차이 = 0 m (10 점)
두 번째 총알(t=1.01)과 과녁 중심의 높이 차이 = 0.1 m = 10 cm (10 점)
세 번째 총알(t=1.02)과 과녁 중심의 높이 차이 = 0.2 m = 20 cm (9 점)
네 번째 총알(t=1.03)과 과녁 중심의 높이 차이 = 0.3 m = 30 cm (8 점)
다섯 번째 총알(t=1.04)과 과녁 중심의 높이 차이 = 0.4 m = 40 cm (7 점)

따라서 총점: 44점

(문제 2-1) [5점]



==

이중 슬릿의 상쇄 간섭 공식을 이용하여 어두운 무늬의 거리를 구한다. (5점)

==

1) 주어진 이중 슬릿의 상쇄 간섭 공식을 이용하여 4번째 어두운 무늬 (m = 3)인 위치를 구한다.

$$x = \frac{\lambda L}{2d}(2m+1) = \frac{600 \times 10^{-9} \times 3}{2 \times 180 \times 10^{-6}} \times 7 = 35 \times 10^{-3} = 0.035$$

따라서 4번째 어두운 무늬까지 거리는 0.035 m 또는 3.5 cm 이다.

(문제 2-2) [5점]

==

이중 슬릿의 보강 간섭 공식을 이용하여 빛의 파장을 구한다. (5점)

==

1) 주어진 이중 슬릿의 보강 간섭 공식을 이용하여 3번째 밝은 무늬 (m = 3)인 위치가 위에서 구한 0.035 m에 생기게 하는 빛의 파장을 구한다.

$$\lambda = \frac{dx}{Lm} = \frac{180 \times 10^{-6} \times 35 \times 10^{-3}}{3 \times 3} = 700 \times 10^{-9}$$

따라서 3번째 밝은 무늬가 0.035 m에 나타나게 하는 빛의 파장은 700 nm 이다.

■ 논술우수자 전형(창의인재-의예과) **물리학문제1~2**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사)

(문제 1-1)

포물선 운동하는 물체와 정지상태에서 자유낙하하는 물체가 만나는 상황을 제시한 문제이다. 자유낙하하는 물체를 과녁으로 설정하고 포물선 운동하는 총알을 동일한 각도로 0.01초 간격으로 발사하는 상황을 부여하여 난이도를 높였다. 동일한 시간 간격으로 발사된 총알이 과녁과 만날 때 총알의 높이와 과녁의 높이를 계산하면 풀이할 수 있다. 물리학Ⅰ의 등가속도 운동과 물리학Ⅱ의 포물선 운동을 정량적으로 계산하는 문제로 고등학교 교육과정에 적합하다. 문제의 난이도는 중상이다.

(문제 1-2)

포물선 운동하는 물체와 직선상에서 등가속도 운동하는 물체가 만나는 상황을 제시한 문제이다. 자유낙하하는 물체를 과녁으로 설정하고 표적의 중앙을 향해 총알을 0.01초 간격으로 발사하는 상황을 부여하여 난이도를 높였다. 총알이 과녁에 도착했을 때의 높이는 총알이 발사될 당시 과녁의 중심 높이에서 정지한 물체가 자유낙하한 높이와 같다는 것을 이해하고, 발사 각도가 다른 각각의 총알이 과녁에 도착하였을 때의 높이와 그때 과녁의 높이 차를 계산하면 풀이할 수 있다. 물리학Ⅰ의 등가속도 운동과 물리학Ⅱ의 포물선 운동을 정량적으로 계산하는 문제로 고등학교 교육과정에 적합하다. 문제의 난이도는 상이다.

(문제 2-1)

영의 이중 슬릿 실험에서 빛의 간섭 조건을 통해 스크린 중앙에서 어두운 무늬까지의 거리를 계산하는 문제이다. 영의 이중 슬릿 실험과 제시문 (라)에 제시된 간섭 조건을 이해하고 있다면 무난히 풀이할 수 있다. 물리학Ⅱ의 교육과정 내용에 적합하며 문제의 난이도는 하이다.

(문제 2-2)

영의 이중 슬릿 실험에서 간섭 조건을 통해 빛의 파장을 계산하는 문제이다. [문제 2-1]의 결과값을 통해 파장을 구하하도록 하여 난이도를 높였다. 영의 이중 슬릿 실험과 제시문 (라)에 제시된 간섭 조건을 이해하고 [문제 2-1]에서 올바른 결과값을 얻었다면 풀이할 수 있다. 물리학Ⅱ의 교육과정 내용에 적합하며 문제의 난이도는 하이다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사)

(문제 1-1)

과녁이 직선상에서 자유낙하운동을 하여 시간에 따라 바뀌는 과녁의 중심의 높이를 정량적으로 계산할 수 있어야 한다. 또한 과녁의 중심을 조준하여 쏜 총알이 포물선 운동을 하여 과녁에 도달하는 시간을 계산하고, 총알이 과녁에 도달한 후 주어진 시간(0.01초 간격)에 과녁에 도달하는 총알의 위치를 계산하여 얻을 수 있는 점수를 알아내는 문제이다. 과녁의 크기와 자유 낙하하는 과녁의 시간별 높이를 고려하여 총알이 과녁에 도달할 수 있는 시간까지만 점수를 얻을 수 있음을 파악해야 하는 문제이다. 평면상의 등가속도 운동 및 포물선 운동은 물리학Ⅱ 역학적 상호작용 단원에서 정량적인 계산을 다루고 있으므로 고등학교 교육과정 내에서 충분히 해결할 수 있는 문제이다. 다만 0.01초 간격의 시간으로 과녁과 총알이 만나는 위치를 계산하는 과정에서 다소 시간이 소요될 것으로 예상되나 의예과 지원 학생들의 수준을 감안하면 충분히 시간 내에 해결 가능하다고 판단된다. 난이도는 상이다.

(문제 1-2)

문제 [1-1]에서는 과녁에 도달하는 총알의 위치가 수평면으로부터 높이 1m로 일정하지만, [1-2]에서는 총알이 자유낙하하는 과녁의 중심을 0.01초 간격으로 새롭게 조준하여 발사하므로, 과녁에 도달하는 총알의 높이가 수평면을 기준으로 계속 변하는 것을 이해하고 정량적으로 계산할 수 있어야 한다. 따라서 [1-1]을 해결할 때보다 시간이 더 소요되고 그 과정에서 학생들이 어려워할 것으로 예상되나 고등학교

교육과정 내에서 충실히 학습한 학생들이라면 해결 가능한 수준이며, 의예과 지원학생들의 수준을 감안하면 적절하다. 난이도는 상이다.

(문제 2-1)

이중 슬릿에서 어두운 무늬는 상쇄 간섭에 의해 나타남을 이해하고 있고, 스크린 중앙으로부터 몇 번째 어두운 무늬가 나타나는 지를 상쇄 간섭이 일어날 조건과 연관지어 정량적으로 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다. 물리학Ⅰ의 파동과 정보통신 단원에서 파동의 간섭을, 물리학 Ⅱ의 파동과 물질의 성질 단원에서 영의 이중슬릿 간섭실험을 자세히 다루고 있다. 고등학교 교육과정에 충실한 문제이며 난이도는 중하이다.

(문제 2-2)

이중 슬릿에서 밝은 무늬는 보간 간섭에 의해 나타남을 이해하고 문제 [2-1]에서 구한 값을 활용하는 문제이다. 스크린 중앙으로부터 몇 번째 밝은 무늬가 나타나는지를 보강 간섭이 일어날 조건과 연관지어 실험에 사용한 빛의 파장을 구하는 문제임. 물리학Ⅰ의 파동과 정보통신 단원에서 파동의 간섭을, 물리학 Ⅱ의 파동과 물질의 성질 단원에서 영의 이중슬릿 간섭실험을 자세히 다루고 있다. 고등학교 교육과정에 충실한 문제이며 난이도는 중하이다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사)

(문제 1-1)

과녁의 중심을 조준하여 쏜 총알이 포물선 운동을 하고, 이렇게 포물선 운동을 하는 물체와 정지상태에서 자유낙하하는 물체가 만나는 상황을 제시한 문제로서 총알이 과녁에 도달하는 시간을 계산한 후 주어진 시간에 총알의 위치를 계산하는 문제이다. 평면상의 등가속도 운동과 포물선 운동은 물리학Ⅱ에서 다루고 있으므로 충분히 해결가능한 문제였으나, 포물선 운동하는 총알을 동일한 각도로 0.01초 간격으로 발사하는 상황에서 난이도가 다소 있어 보인다. 문제 풀이 과정은 까다로우나 교육과정에 적합하며 난이도는 상이다.

(문제 1-2)

1-1에서는 총알의 높이가 수평면으로부터 일정하지만 1-2에서는 과녁의 중심을 새롭게 조준하므로 높이가 계속 변하는 것을 이해해야 해결할 수 있는 문제이다. 따라서 1-1보다 난이도가 있다. 하지만, 물리학Ⅰ의 등가속도 운동과 물리학Ⅱ의 포물선 운동을 정량적으로 계산하는 문제로 고등학교 교육과정에 적합하며 난이도는 상이다.

(문제 2-1)

영의 이중 슬릿 실험에서 상쇄 간섭이 일어나는 조건을 이해하고 몇 번째 어두운 무늬가 나타나는지를 상쇄 간섭이 일어날 조건과 연관지어 계산하는 문제이다. 영의 이중 슬릿 실험과 제시문 (라)에 제시된 간섭 조건을 이해하고 있다면 충분히 해결가능한 다소 쉬운 문제로 난이도는 하이다. 물리학Ⅱ의 교육과정 내용에 적합하다.

(문제 2-2)

문제 2-1에서 구한 값을 활용하여 밝은 무늬가 몇 번째 나타나는지 보강 간섭이 일어나는 조건과 연관지어 실험에 사용한 빛의 파장을 구하는 문제이다. 영의 이중 슬릿 실험과 제시문의 간섭조건을 이해하여 해결할 수 있다. 고등학교 물리학Ⅱ의 교육과정 내용에 충실하며 문제의 난이도는 하이다.

[문항카드 9-1]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의예과(화학)/ 1-1, 1-2, 1-3	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학Ⅰ, 화학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	분자 간 상호 작용, 물질의 상태, 화학반응식, 용액의 농도
예상 소요 시간	25분	

2. 문항 및 제시문

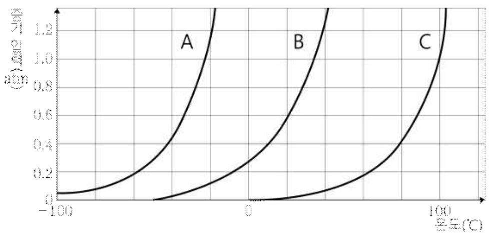
【문제 1】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (20점)

(가) 액체를 뚜껑이 열린 그릇에 담아두면 시간이 지나면서 액체의 양이 점점 줄어든다. 이것은 액체 표면의 분자 중 일부가 분자 간 인력을 끊고 기체로 증발하기 때문이다. 반면 밀폐된 공간에서 기화된 분자는 밀폐된 공간에 퍼져 나가고, 밖으로 빠져나가지 못한다. 그 결과 증가한 기화된 분자는 액체 표면에 충돌하여 다시 액체 상태로 응축된다. 이렇게 증발과 응축을 반복하다가 증발과 응축의 동적 평형 상태가 되는데 이때를 액체의 증기 압력이라고 한다. 액체의 증기압은 물질에 따라 다르며, 분자 사이의 인력에 영향을 받고 온도가 높을수록 크다. 분자 사이의 인력에는, 한 분자 내에 존재하는 쌍극자를 갖는 분자 사이의 쌍극자・쌍극자 힘, 무극성 분자 사이에서 순간적인 편극에 의해 생성된 쌍극자 분자들 사이에 작용하는 분산력, 그리고 한 분자의 O, N, F 원자가 다른 분자의 H를 강하게 잡아당기는 힘인 수소 결합이 있다.

(나) 기체는 액체나 고체에 비해 온도나 압력에 따라 부피가 크게 변한다. 아보가드로 법칙에 따르면 같은 온도와 압력에서 모든 기체는 같은 부피 속에 같은 수의 분자가 들어있다. 기체에서 압력을 2배, 3배로 증가시키면 부피는 각각 1/2 배, 1/3 배가 되는데, 기체의 양이 일정할 때 기체의 부피(V)는 압력(P)에 반비례 하는 관계를 나타내는데, 이것을 보일의 법칙이라고 한다. 샤를(Charles, J. A. C)의 실험에 따르면 일정한 압력에서 일정량의 기체의 부피는 기체의 종류에 관계없이 온도가 1 ℃ 높아질 때마다 0 ℃ 부피의 1/273 만큼씩 증가한다. 이를 샤를의 법칙이라 한다. (기체 1 mol은 0 ℃, 1 atm에서 22.4 L의 부피를 차지한다.)

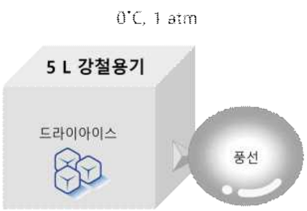
(다) 질산을 상업적으로 생산할 때 1단계 화학 반응에서는 암모니아(NH_3) 가스와 산소(O_2)를 반응시켜 일산화 질소(NO)와 물(H_2O)을 생성한다. 2단계에서는 일산화 질소(NO)와 산소(O_2)가 반응하여 이산화 질소(NO_2)를 생성하고, 3단계에서 이산화 질소(NO_2)와 물(H_2O)이 반응하여 질산(HNO_3)과 일산화 질소(NO)를 생성하게 된다.

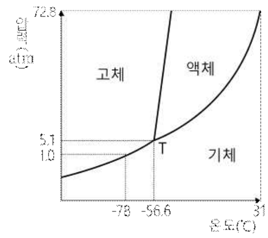
[문제 1-1] 다음은 온도에 따른 증기 압력의 크기를 나타낸 증기압 곡선 그래프 예시이다. 예시 그래프를 바탕으로 메테인(CH_4), 사불화 탄소(CF_4), 클로로폼($CHCl_3$)의 끓는점을 비교해서 서술하시오. 그리고 순수한 용매와 비휘발성 용질이 녹아있는 용액의 증기압력 곡선을 x축 온도와 y축 증기압 곡선으로 나타내고 이유를 서술하시오. (C, F, Cl, H의 원자량은 각각 12, 19, 35, 1이다.)**(4점)**



A: CH_3OCH_3
B: $CH_3CH_2OCH_2CH_3$
C: H_2O

[문제 1-2] 0 ℃, 1 atm에서 드라이아이스 22 g을 진공 상태의 5 L 강철 용기에 넣고 충분한 시간이 흘렀을 때, 연결된 풍선의 부피는 얼마가 되겠는가? 풍선의 부피가 1.5 배 더 커지려면 온도를 얼마나 증가시켜야 하며, 이산화 탄소를 드라이아이스로 되돌리려면 어떻게 해야 하는지 아래 상평형 그림을 참고하여 서술하시오. (단, 연결 부위의 부피는 무시한다. 탄소와 산소의 원자량은 각각 12, 16이다.)**(8점)**





[문제 1-3] 제시문 (나)를 참고하여 제시문 (다)에서 예시로 들었던 질산(HNO_3, (g))의 상업적 생산 1단계 반응에서의 화학 반응식을 완성하시오. 그리고 34%의 암모니아(NH_3) 수용액 100 mL를 몰랄 농도(m)로 표시해 보고, 만약 이것을 사용해서 1 단계 반응을 한다면, 1단계 반응에서 생성된 일산화 질소(NO, (g)) 가스와 10 atm, 1.068 L의 아르곤(Ar, (g)) 가스를 0 ℃, 17 L 용기에 함께 채울 때 전체 용기의 압력은 얼마인지 서술하시오. (단, 암모니아(NH_3) 가스는 수용액에서 완전히 가스 상태로 분리되고, 일산화 질소(NO)는 아르곤(Ar)과 반응하지 않는다고 가정한다. 아르곤 가스는 0 ℃로 간주한다. 암모니아 수용액의 밀도는 0.9 g/mL, N, O, H의 원자량은 각각 14, 16, 1이다.)**(8점)**

3. 출제 의도

[문제 1-1]

분자 간 상호 작용을 이해하고, 분자 간 상호 작용의 크기와 끓는점의 관계에 대한 이해도를 평가한다. 묽은 용액의 증기압 내림, 끓는점 오름, 어는점 내림의 이해도를 평가한다.

[문제 1-2]

기체의 온도, 압력, 부피, 양(mol) 사이의 관계에 대한 이해도를 평가한다.
상평형 그림을 이용하여 물질의 상태 변화에 대한 이해도를 평가한다.

[문제 1-3]

여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계에 대한 이해도를 평가한다. 기체의 온도, 압력, 부피, 양(mol) 사이의 관계에 대한 이해도를 평가한다. 퍼센트 농도, ppm, 몰농도, 몰랄 농도의 의미에 대한 이해도를 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

1. 제시문

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호[별책 9] "과학과 교육과정"- 화학Ⅰ,화학Ⅱ
성취기준	**제시문(가)** [12화학Ⅱ01-04] 분자 간 상호 작용을 이해하고, 분자 간 상호 작용의 크기와 끓는점의 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅱ01-09] 묽은 용액의 증기압 내림, 끓는점 오름, 어는점 내림을 이해하고, 일상생활의 예를 들 수 있다. **제시문(나)** [12화학Ⅱ01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅱ02-05] 상평형 그림을 이용하여 물질의 상태 변화를 설명할 수 있다. **제시문(다)** [12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅱ01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅱ01-08] 퍼센트 농도, ppm, 몰농도, 몰랄 농도의 의미를 이해하고, 여러 가지 농도의 용액을 만들 수 있다. **문항1-1** [12화학Ⅱ01-04] 분자 간 상호 작용을 이해하고, 분자 간 상호 작용의 크기와 끓는점의 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅱ01-09] 묽은 용액의 증기압 내림, 끓는점 오름, 어는점 내림을 이해하고, 일상생활의 예를 들 수 있다. **문항1-2** 12화학Ⅱ01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅱ02-05] 상평형 그림을 이용하여 물질의 상태 변화를 설명할 수 있다. **문항1-3** [12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅱ01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅱ01-08] 퍼센트 농도, ppm, 몰농도, 몰랄 농도의 의미를 이해하고, 여러 가지 농도의 용액을 만들 수 있다.

2. 자료출처

(1) 제시문 (가)

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 화학Ⅱ	최미화 등	미래엔	2018	30-43 58-63
	고등학교 화학Ⅱ	노태희 등	천재교육	2018	24-41 53-57
	고등학교 화학Ⅱ	이상권 등	지학사	2018	26-37 53-57

(2) 제시문 (나)

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 화학Ⅱ	최미화 등	미래엔	2018	14-24 108-111
	고등학교 화학Ⅱ	노태희 등	천재교육	2018	11-19 104-107
	고등학교 화학Ⅱ	이상권 등	지학사	2018	13-19 106-108

(3) 제시문 (다)

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 화학Ⅰ	최미화 등	미래엔	2018	36-43
	고등학교 화학Ⅱ	최미화 등	미래엔	2018	25-27 52-57
	고등학교 화학Ⅰ	노태희 등	천재교육	2018	30-39
	고등학교 화학Ⅱ	노태희 등	천재교육	2018	21-23 49-52
	고등학교 화학Ⅰ	이상권 등	지학사	2018	33-39
	고등학교 화학Ⅱ	이상권 등	지학사	2018	23-25 52-57

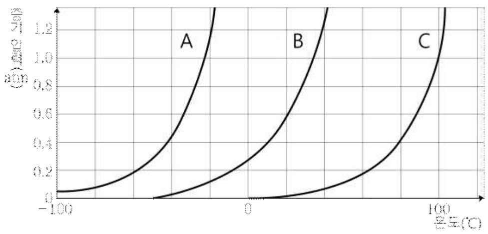
5. 채점기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	- 끓는점 크기 변화 설명 - 용액과 순수 용매의 증기압 변화 곡선 작성 및 설명	2 2
1-2	- 이산화 탄소의 전체 부피 구하기와 풍선의 부피 구하기 - 부피 변화에 대한 온도 구하기 - 이산화 탄소의 상변화 온도 설명	3 3 2

1-3	- 전체 반응식 작성 - 몰랄 농도 계산 - 혼합 기체의 전체 압력 구하기	3 3 2

6. 예시답안

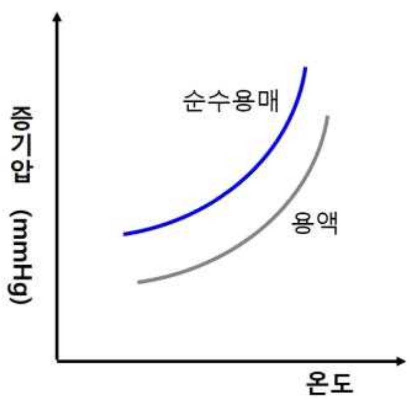
[문제 1-1] 다음은 온도에 따른 증기 압력의 크기를 나타낸 증기압 곡선 그래프 예시이다. 예시 그래프를 바탕으로 메테인(CH_4), 사불화 탄소(CF_4), 클로로폼($CHCl_3$)의 끓는점을 비교해서 서술하시오. 그리고 순수한 용매와 비휘발성 용질이 녹아있는 용액의 증기압력 곡선을 x축 온도와 y축 증기압 곡선으로 나타내고 이유를 서술하시오. (C, F, Cl, H의 원자량은 각각 12, 19, 35, 1이다.)**(4점)**



A: CH_3OCH_3
B: $CH_3CH_2OCH_2CH_3$
C: H_2O

(해답예시)

끓는점: CH_4 < CF_4 < $CHCl_3$
분자량의 크기는 CH_4 < CF_4 < $CHCl_3$
분산력의 크기는 분자량에 비례하며,
쌍극자 모멘트: CH_4 = CF_4 < $CHCl_3$ 다른 두 분자에 비해 $CHCl_3$가 쌍극자 모멘트가 크기 때문에 분자간의 인력이 높게 나타난다.
따라서 끓는점은 CH_4 < CF_4 < $CHCl_3$와 같은 순서로 나타난다.



용액에서 증기압은 낮아진다. 그 이유는 용질이 용액 표면의 일정 부분을 차지하여, 표면에 존재하는 용매의 수가 감소하고 용질 분자가 용매 분자의 증발을 방해하기 때문이다. 순수한 용매에 비해 증기압이 낮아지는 현상을 증기 압력 내림이라고 한다.

[문제 1-2] 0 ℃, 1 atm에서 드라이아이스 22 g을 진공 상태의 5 L 강철 용기에 넣고 충분한 시간이 흘렀을 때, 연결된 풍선의 부피는 얼마가 되겠는가? 풍선의 부피가 1.5 배 더 커지려면 온도를 얼마나 증가시켜야 하며, 이산화 탄소를 드라이아이스로 되돌리려면 어떻게 해야 하는지 아래 상평형 그림을 참고하여 서술하시오. (단, 풍선이 연결된 상태는 1 atm으로 가정하고, 연결 부위의 부피는 무시한다. 탄소와 산소의 원자량은 각각 12, 16이다.)**(8점)**

(해답예시)

이산화 탄소의 양(mol) 구하기
드라이아이스 22 g / 44 $gmol^{-1}$ = 0.5 mol
0 ℃, 1 atm 기체 분자 0.5 mol의 이산화 탄소 부피는 11.2 L이다.
전체 11.2 L에서 강철 용기의 부피 5 L를 뺀 부피가 풍선의 부피이다.
풍선의 부피: 11.2 L – 5 L = 6.2 L
풍선의 부피가 1.5 배가 되기 위해서는 3.1 L가 증가해야 함.
샤를의 법칙에 따라

$$V_{\mathrm{t}} = V_0 + (\frac{V_0}{273} \times t)$$

$$14.3 = 11.2 + (\frac{11.2}{273}) \times t$$

t 는 약 75.56 ℃
이산화 탄소를 드라이아이스로 되돌리기 위해서 온도를 –78 ℃ 이하로 낮춘다.

--

[문제 1-3] 제시문 (나)를 참고하여 제시문 (다)에서 예시로 들었던 질산(HNO_3, (g))의 상업적 생산 1단계 반응에서의 화학 반응식을 완성 하시오. 그리고 34%의 암모니아(NH_3) 수용액 100 mL를 몰랄 농도(m)로 표시해 보고, 만약 이것을 사용해서 1 단계 반응을 한다면, 1단계 반응에서 생성된 일산화 질소(NO, (g)) 가스와 10 atm, 1.068 L의 아르곤(Ar, (g)) 가스를 0 ℃, 17 L 용기에 함께 채울 때 전체 용기의 압력은 얼마인지 서술하시오. (단, 암모니아(NH_3) 가스는 수용액에서 완전히 가스 상태로 분리되고, 일산화 질소(NO)는 아르곤(Ar)과 반응하지 않는다고 가정한다. 아르곤 가스는 0 ℃로 간주한다. 암모니아 수용액의 밀도는 0.9 g/mL, N, O, H 의 원자량은 각각 14, 16, 1이다.)**(8점)**

(해답예시)

완결된 반응식:
$4NH_3(g) + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$
100 mL 의 암모니아 수용액의 질량은 90 g
34%의 암모니아는 30.6 g 있다. (= 1.8 mol)

$$\frac{1.8\,mol}{(90-30.6)\times 0.001\,\mathrm{kg}}$$

몰랄 농도(m) ≒ 30.3 m

10atm, 1.068L 아르곤을 용기에 채우면 (P1V1/n1) = (P2V2 /n2)이므로 nAr은 0.477mol, nNO + nAr=1.8+0.477이므로 2.277mol이고 위와 같은 방식으로 다시 계산하면 $\mathrm{P_T}$는 약 3기압을 나타낸다.

$$\frac{\mathrm{P_1V_1}}{\mathrm{n_1T}} = \frac{\mathrm{P_2V_2}}{\mathrm{n_2T}} \Rightarrow \frac{\mathrm{P_1V_1}}{\mathrm{n_1}} = \frac{\mathrm{P_2V_2}}{\mathrm{n_2}}$$

$$\frac{1 \times 22.4}{1} = \frac{10 \times 1.068}{n_{Ar}}$$

$$n_{Ar} = \frac{10.68}{22.4} mol \fallingdotseq 0.477 mol$$

$$n_{NO} + n_{Ar} = 1.8 + 0.477 = 2.277 mol$$

$$\frac{\mathrm{P_1V_1}}{\mathrm{n_1}} = \frac{\mathrm{P_{전체}V_{전체}}}{\mathrm{n_{전체}}} \Rightarrow \frac{1 \times 22.4}{1} = \frac{P_{전체} \times 17}{n_{NO} + n_{Ar}}$$

$P_{전체} \fallingdotseq$ 3기압

■ 논술우수자 전형(창의인재-의예과) **화학문제1**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사)

<문제 1-1>

무극성분자는 분산력을 따지므로 분자량의 크기, 극성분자는 분자간 인력이 무극성분자보다 크므로 끓는점이 높다. 화학Ⅱ/분자간 상호작용에서 나오는 기본적인 개념임. 순수한 용매와 비휘발성 용질이 녹아있는 용액의 증기압력 곡선 또한 2개를 비교하는 증기압력 곡선으로 교과서에 설명되어 있다. 난이도는 '하'에 해당한다.

<문제 1-2>

드라이 아이스의 몰수를 구하고 이것을 표준 상태의 이산화 탄소의 기체의 부피로 바꾼 후 강철 용기(5L)를 제외한 풍선의 부피를 구하는 과정을 간단하게 계산하고 풍선의 부피가 1.5배가 되기 위해서는 3.1L가 증가되어야 하므로 이것을 샤를의 법칙으로 풀면 온도는 약 75.6도 정도가 나온다. 또한 이산화 탄소를 드라이 아이스로 되돌리기 위해서는 -78도 이하로 낮춘다. 어려운 계산은 아니고 순서대로 과정을 적용하고 간단하게 푸는 것을 알아보는 것이므로 난이도는 '중'에 해당한다.

<문제 1-3>

1단계 화학반응식은 계수까지 완결하는 화학반응식이며 이것을 통해 100mL 암모니아 수용액의 질량은 90g이고 34%는 30.6g이므로 1.8몰이 해당한다. 이것의 몰랄농도는 30.3m이 된다.
10atm, 1.068L 아르곤을 용기에 채우면 (P1V1/n1) = (P2V2 /n2)이므로 nAr은 0.477mol, nNO + nAr=1.8+0.477이므로 2.277mol이고 위와 같은 방식으로 다시 계산하면 PT는 약 3기압을 나타낸다. 조금 더 복잡한 계산과정과 개념이 필요하므로 난이도는 '상'으로 분류한다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사)

<문제 1-1>

무극성 분자와 극성 분자의 분자 간 인력의 크기를 묻는 문항으로서 교육과정 상의 중요한 핵심 요소이며, A, B, C 3가지 물질의 증기 압력 곡선을 제시하여 이를 참고하면 무난히 해결할 수 있을 것으로 생각된다. 난이도는 '하'에 해당한다. 또한 순수한 용매에서 비휘발성 용질을 녹였을 때 용액의 중기 압력 변화도 중요한 내용이며 학생들이 어렵지 않게 해결할 수 있을 것으로 생각된다.

<문제 1-2>

드라이아이스의 질량을 기체의 양(mol)으로 변환하고, 기체의 부피와 온도와의 관계를 이용해 특정 부피가 됐을 때의 온도를 구할 수 있는지 묻고 있다. 또한 상평형 그림을 해석하여 물질의 상이 변화되는 조건을 알고 있는지 묻고 있다. 모든 내용이 교육과정 상의 중요한 핵심 개념이며 계산 과정에서 강철 용기의 부피를 고려해야 하는 점이 어려운 요소로 작용할 수 있음. 난이도는 '중'에 해당한다.

<문제 1-3>

반응물과 생성물이 제시되어 있을 때 화학 반응식을 만들 수 있는지 묻고 있으며, 이는 화학의 핵심 요소이다.

또한 수용액의 밀도를 이용해 퍼센트 농도를 몰랄 농도로 변환할 수 있는지 묻고 있으며, 화학 반응의 양적 관계를 이용해 혼합 기체의 전체 압력을 계산할 수 있는지 묻고 있다. 이 모든 내용은 교육과정 상의 중요한 요소들이며 각각의 단계는 매우 어렵지 않지만 각 단계들을 연결하는 과정이 다소 어려울 수 있어 난이도는 ‘상’에 해당한다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사)

<문제 1-1>

문항 1-1은 화학Ⅰ의 분자 구조에 따른 물질의 화학적 성질과 화학Ⅱ 교육과정 개념인 분자의 극성과 수소 결합, 분자량이 분자 간 상호 작용에 미치는 영향력과 끓는점과의 관계를 묻고 있다. 또한 묽은 용액의 증기압 내림을 이해하고 그래프에 적용해 도식화 할 수 있는지도 묻고 있다. 문항을 해결하기 위한 일련의 모든 핵심 개념과 과정, 제시문에 언급된 개념, 용어 모두 교육과정 성취기준과 범위, 수준을 철저히 준수하고 있다.

제시문과 문항, 예시 답안에서 활용되는 개념과 용어 모두 화학Ⅱ 모든 교과서에서 공통적으로 다루고 있는 교육과정 핵심 개념으로 교육과정을 충실히 이수하고 교과 내 개념을 원리적으로 이해한 학생은 문항을 해결하는데 어려움이 없었을 것으로 예상되기에 난이도는 중하에 해당한다.

<문제 1-2>

문항 1-2는 기체의 몰과 부피, 온도와의 관계를 이해하고 이를 정량적으로 해결할 수 있는지와 상평형 그림을 이해하고 이를 통해 물질의 상태 변화를 서술할 수 있는지를 묻고 있다. 주어진 제시문과 문항을 해결하기 위한 모든 개념과 과정은 교육과정 성취기준과 범위를 철저히 준수하고 있다. 이에 교과 내 교육과정 개념을 충실히 이수한 학생은 수월하게 해결할 수 있는 문항으로 난이도는 중하에 해당한다.

<문제 1-3>

문항 1-3은 화학Ⅰ과 화학Ⅱ의 해당하는 교육과정 개념을 총체적으로 이해하고 종합적으로 사고하여 해결해야 하는 문항이다.

우선 주어진 제시문을 근거로 화학반응식의 계수를 구해서 화학반응식을 완성할 수 있어야 한다. 이후 퍼센트 농도를 몰랄 농도로 변환한 후 반응물과 생성물의 몰수를 정량적으로 구하고 제시문(나)를 이용하여 기체의 부피, 몰수 관계를 이용하여 전체 압력을 구하는 문항이다. 교육과정 개념을 통합적으로 이해하고 단계적으로 해결해야 하는 종합적 문제 해결력을 요구하는 문항이나 문항을 해결하기 위한 모든 개념과 단계별 과정은 교육과정 성취 기준을 철저히 준수하고 있다. 난이도는 상에 해당한다.

[문항카드 9-2]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □선다형고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의예과(화학)/ 2-1, 2-2, 2-3	
출제 범위	교육과정 과목명	화학Ⅰ,화학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	화학 평형, 평형이동, 화학전지, 염의 가수분해
예상 소요 시간	25분	

2. 문항 및 제시문

【문제 2】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(20점)

(가) 가역 반응에서 모든 반응물과 생성물의 농도가 시간에 따라 변하지 않고 일정하게 유지되는 상태를 화학 평형 상태라고 한다. 화학 평형 상태는 겉으로 보기에는 변화가 없어 반응이 정지된 것처럼 보이지만, 실제로는 정반응과 역반응이 같은 속도로 끊임없이 일어나고 있는 동적 평형 상태이다. 일정한 온도에서 어떤 반응이 화학 평형 상태에 있을 때 반응물의 농도 곱에 대한 생성물의 농도 곱의 비는 항상 일정하며 이것을 화학 평형 법칙이라고 하고, 일반적으로 아래와 같이 나타낸다. 이때 K를 평형 상수라고 하고, 이 식을 평형 상수식이라고 한다. 평형 상수는 온도가 일정할 때 농도나 기체의 압력에 관계없이 항상 일정하다. 또한 평형 상수식에 반응물과 생성물의 현재 농도를 대입하여 얻은 값을 반응 지수(Q)라고 하며, 반응 지수와 평형 상수의 상대적인 크기를 통해 반응이 어떤 방향으로 진행될지 예측할 수 있다.

$$\mathrm{aA + bB \rightleftarrows cC + dD}$$

$$K = \frac{[\mathrm{C}]^{\mathrm{c}}[\mathrm{D}]^{\mathrm{d}}}{[\mathrm{A}]^{\mathrm{a}}[\mathrm{B}]^{\mathrm{b}}} = \text{일정}$$

[A],[B],[C],[D] 평형상태에서 각 물질의 몰 농도

(나) 금속 원소는 일반적으로 전자를 잃고 양이온이 되려는 성질이 있는데 이것을 이온화 경향이라고 한다. 이온화 경향은 금속의 종류에 따라 다르며, 이온화 경향이 클수록 전자를 잃고 산화되기 쉽다. 금속 간 산화 환원 반응이 수용액 상에서 일어날 때 전자의 이동이 도선을 통해 일어나게 하면, 회로에 전류가 흘러 전기 에너지를 얻을 수 있다. 이처럼 산화 환원 반응에서 발생한 에너지를 전기 에너지로 변환시키는 장치를 화학전지라고 한다.

(다) 산과 염기가 중화 반응을 할 때 물과 함께 생성되는 이온 결합 물질을 염이라고 한다. 염은 산의 음이온과 염기의 양이온이 결합한 화합물이다. 염 수용액은 염의 종류에 따라 산성, 염기성, 중성을 나타낸다. 수용액에서 약산이나 약염기는 물에 녹아 평형을 이루므로 평형 상수를 이용

하면 산과 염기의 세기를 정량적으로 나타낼 수 있다. 평형 상수는 아래의 관계식으로 계산할 수 있으며, K_a와 K_b를 각각 산과 염기의 이온화 상수라고 한다. 1909년 쇠렌센(Sorensen, S. P. C.)이 제안한 pH는 H_3O^+의 농도를 아래의 식으로 나타낸다.

$HA(aq) + H_2O(l) \rightleftarrows A^-(aq) + H_3O^+(aq)$	$K_a = K[H_2O] = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}$	$pH = -\log[H^+]$
		$= -\log\frac{K_w}{[OH^-]}$
$B(aq) + H_2O(l) \rightleftarrows BH^+(aq) + OH^-(aq)$	$K_b = K[H_2O] = \frac{[BH^+][OH^-]}{[B]}$	$= 14 + \log[OH^-$

[문제 2-1] 다음은 기체 A와 B로부터 기체 C가 생성되는 화학 반응식을 나타낸 것이다.

$$A(g) + B(g) \rightleftarrows 2C(g)$$

$2\,L$ 강철 용기에 A $0.4\,mol$과 B $1.0\,mol$을 반응 시켰을 때 C가 $0.4\,mol$이 생성 되었다. 이 반응의 평형 상수를 구하시오. 평형 상태에서 A와 C를 동시에 $0.6\,mol$을 추가할 때 시간에 따른 몰 농도(M) 변화를 예측하여 A, B, C에 대하여 그래프로 나타내고 반응의 진행 방향을 판단하여 내용을 서술하시오.**(7점)**

[문제 2-2] 납축전지는 황산 수용액에 양극에는 납(Pb) 판과 이산화 납(PbO_2) 판을 세워 놓은 구조로 전극 사이에 얇은 다공성 막을 두어 두 전극 판이 서로 접촉하지 않도록 설계되어있다. 납축전지의 (-)극과 (+)극에서 발생하는 화학 반응식을 각각 작성하고, 산화 환원 전체 반응식을 완성하시오.**(5점)**

[문제 2-3]

① $CH_3COOH(aq) + NaOH(aq) \rightarrow CH_3COONa(aq) + H_2O(aq)$
② $CH_3COOH(aq) + NH_4OH(aq) \rightarrow CH_3COONH_4(aq) + H_2O(aq)$
③ $HCl(aq) + NH_4OH(aq) \rightarrow NH_4Cl(aq) + H_2O(aq)$

위에 제시된 산 염기 중화 반응으로 생성된 염이 물에 녹아 있을 때 액성을 각각 판단하시오. ③에서 $25\,℃$에서 $0.1\,M$ 염화 암모늄 수용액의 액성에 대해 pH를 계산하시오.**(8점)** (단, 암모니아의 이온화 상수 $K_b = 2.0 \times 10^{-5}$, 물의 이온화 상수 $K_w = 1.0 \times 10^{-14}$, $\sqrt{2} = 1.4$, $\log 7 = 0.845$)

3. 출제 의도

(문제 2-1)

가역 반응에서 동적 평형에 대한 이해를 평가한다.

평형 상수를 이용하여 반응의 진행 방향에 대한 예측을 평가한다.

(문제 2-2)

화학전지의 작동원리와 산화 환원 반응에 대한 이해를 평가한다.

(문제 2-3)

염의 가수 분해와 염 수용액의 특성에 대한 이해를 평가한다.

수소 이온 농도를 pH로 계산하는 방법에 대한 이해를 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

1. 제시문

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호[별책 9] "과학과 교육과정" 화학Ⅰ,화학Ⅱ
성취기준	**제시문(가)** [12화학Ⅱ02-03] 가역 반응에서 동적 평형을 이해하고, 평형 상수를 이용해서 반응의 진행 방향을 예측할 수 있다. [12화학Ⅱ02-04] 농도, 압력, 온도 변화에 따른 화학 평형의 이동을 관찰하고 르샤틀리에 원리로 설명할 수 있다. **제시문(나)** [12화학Ⅱ04-01] 화학 전지의 작동 원리를 산화·환원 반응으로 설명할 수 있다. **제시문(다)** [12화학Ⅱ02-06] 이온화 상수를 이용하여 산과 염기의 세기를 이해하고, 염의 가수 분해를 설명할 수 있다. **문항2-1** [12화학Ⅱ02-03] 가역 반응에서 동적 평형을 이해하고, 평형 상수를 이용해서 반응의 진행 방향을 예측할 수 있다. [12화학Ⅱ02-04] 농도, 압력, 온도 변화에 따른 화학 평형의 이동을 관찰하고 르샤틀리에 원리로 설명할 수 있다. **문항2-2** [12화학Ⅱ04-01] 화학 전지의 작동 원리를 산화·환원 반응으로 설명할 수 있다. **문항2-3** [12화학Ⅱ02-06] 이온화 상수를 이용하여 산과 염기의 세기를 이해하고, 염의 가수 분해를 설명할 수 있다.

2. 자료출처

(1) 제시문 (가)

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 화학Ⅱ	최미화 등	미래엔	2018	90-101
	고등학교 화학Ⅱ	노태희 등	천재교육	2018	89-97
	고등학교 화학Ⅱ	이상권 등	지학사	2018	91-100

(2) 제시문 (나)

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 화학Ⅱ	최미화 등	미래엔	2018	180-187
	고등학교 화학Ⅱ	노태희 등	천재교육	2018	187-194
	고등학교 화학Ⅱ	이상권 등	지학사	2018	185-193

(3) 제시문 (다)

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 화학Ⅱ	최미화 등	미래엔	2018	112-121
	고등학교 화학Ⅱ	노태희 등	천재교육	2018	111-117
	고등학교 화학Ⅱ	이상권 등	지학사	2018	115-121

5. 채점기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	- 평형상수 계산 - 평형상수와 반응 지수 비교를 통한 반응 방향 예측 - 화학평형 이동의 시간과 농도의 그래프 완성	2 2 3
2-2	- 음극과 양극에서의 산화 환원 반응 완성 - 전체 반응식 완성	4 1
2-3	- 염의 수용액의 액성 판단 - 염의 수용액 pH계산	3 5

6. 예시답안

[문제 2-1] 다음은 기체 A와 B로부터 기체 C가 생성되는 화학 반응식을 나타낸 것이다.

$$A(g) + B(g) \rightleftarrows 2C(g)$$

2 L 용기에 A 0.4 mol B 1.0 mol을 반응 시켰을 때 C가 0.4 mol이 생성 되었다. 이 반응의 평형 상수를 구하시오. 평형상태에서 A와 C를 동시에 0.6 mol을 추가할 때 시간에 따른 몰 농도(M) 변화를 예측하여 A, B, C에 대하여 그래프로 나타내고 반응의 진행 방향을 판단하여 내용을 서술하시오. **(7점)**

(해답 예시)

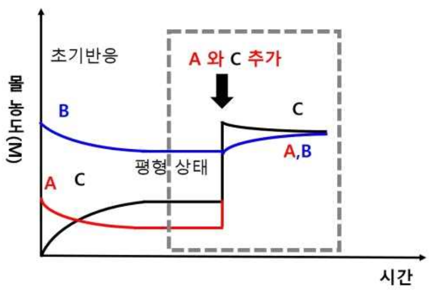
$$A(g) + B(g) \rightleftarrows 2C(g)$$

초 기	[A] 몰 농도 0.2	[B] 몰 농도 0.5	[c] 몰 농도 0
사용된	-0.1	-0.1	
반응후	0.1	0.4	0.2 (평형상태)

평형상수(K) $[0.2]^2/[0.1][0.4]= 1$

A와 C에 0.3 mole/L 추가하면,

반응지수 (Q) $[0.5]^2/[0.4][0.4]= 25/16$ $Q > K$ (역반응)



[문제 2-2] 납축전지는 황산 수용액에 양극에는 납(Pb) 판과 이산화 납(PbO_2) 판을 세워 놓은 구조로 전극 사이에 얇은 다공성 막을 두어 두 전극 판이 서로 접촉하지 않도록 설계되어있다. 납축전지의 (-)극과 (+)극에서 발생하는 화학 반응식을 각각 작성하고, 산화 환원 전체 반응식을 완성하시오. **(5점)**

(해답 예시)

납축전지에서 (+)극은 PbO_2, (-)극은 Pb 판으로 구성되어 있다.

(+) $PbO_2 + H_2SO_4 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow PbSO_4 + 2H_2O$

(-) $Pb + H_2SO_4 \rightarrow PbSO_4 + 2H^+ + 2e^-$

전체 반응식 : $Pb + PbO_2 + 2H_2SO_4 \rightarrow 2PbSO_4 + 2H_2O$

[문제 2-3]

① $CH_3COOH(aq)$ + $NaOH(aq) \rightarrow CH_3COONa(aq)$ + $H_2O(aq)$
② $CH_3COOH(aq)$ + $NH_4OH(aq) \rightarrow CH_3COONH_4(aq)$ + $H_2O(aq)$
③ $HCl(aq)$ + $NH_4OH(aq) \rightarrow NH_4Cl(aq)$ + $H_2O(aq)$

위에 제시된 산 염기 중화 반응으로 생성된 염이 물에 녹아 있을 때 액성을 각각 판단하시오. ③에서 25℃에서 0.1 M 염화 암모늄 수용액의 액성에 대해 pH를 계산하시오. (단, 암모니아의 이온화 상수 $K_b = 2.0 \times 10^{-5}$, 물의 이온화 상수 $K_w = 1.0 \times 10^{-14}$, $\sqrt{2} = 1.4, \log 7 = 0.845$) (8점)

(해답 예시)

CH_3COONa 경우 (염기성)

$CH_3COO^-(aq)$ + $H_2O(aq) \rightleftarrows CH_3COOH(aq)$ + $OH^-(aq)$ 염기

NH_4Cl 경우 (산성)

NH_4^++ $H_2O(aq) \rightleftarrows NH_3$ + $H_3O^+(aq)$ 산

CH_3COONH_4 경우 (중성)

$CH_3COO^-(aq)$ + $H_2O(aq) \rightleftarrows CH_3COOH(aq)$ + $OH^-(aq)$ 염기

$NH_4^+(aq)$ + $H_2O(aq) \rightleftarrows NH_3$ + $H_3O^+(aq)$ 산

0.1 M 염화 암모늄 수용액의 pH를 계산 (암모니아의 이온화 상수가 K_b = 2.0 × 10^{-5})

$NH_3(aq)$ + $H_2O(l) \rightleftarrows NH_4^+(aq)$+ $OH^-(aq)$

$$K_b = \frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]} = 2.0 \times 10^{-5}$$

$NH_4^+(aq)$ + $H_2O(aq) \rightleftarrows NH_3(aq)$ + $H_3O^+(aq)$

$$K_a = \frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]} = \frac{[NH_3]}{[NH_4^+][OH^-]} \times [OH^-][H_3O^+] = \frac{K_w}{K_b}$$

$$= \frac{1.0 \times 10^{-14}}{2.0 \times 10^{-5}} = 5 \times 10^{-10}$$

	$NH_4^+(aq)$ + $H_2O(aq)$	$\rightleftarrows NH_3(aq)$ +	$H_3O^+(aq)$
초기농도	0.1	0	0
반응농도	-x	+x	+x
평형농도	0.1-x	x	x

$$K_a = \frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]} = \frac{x^2}{0.1 - x} = 5 \times 10^{-10}$$

$x \fallingdotseq 7 \times 10^{-6} \mathrm{M}$

$\mathrm{pH} = -\log[H_3O^+] = -\log[7 \times 10^{-6}]$

pH= 5.155

■ 논술우수자 전형(창의인재-의예과) **화학문제2**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사)

<문제 2-1>

평형상수를 구하는 것과 일부 물질을 추가했을 때 평형이 이동하는 Q를 계산해서 처음의 평형상수와 비교하는 것으로 2L용기 이므로 몰농도 변환 시 주의해야 하는 점과 양적관계를 통해 평형상수를 1로 계산하고, 새로운 평형상상 Q는 25/16이므로 역반응이 일어나는 것으로 계산하면 된다. 난이도는 '중'정도로 예상된다.

<문제 2-2>

문제를 산화환원 화학반응식으로 각각 적고 이것을 전체화학반응식으로 바꿔주는 것이므로 아주 어렵거나 교과서 밖의 지문이나 문제는 아니다. 난이도는 '하'정도로 분류가능하다.

<문제 2-3>

각 반응식에서 생성된 염을 가수분해하여 액성을 판단하는 부분은 화학Ⅱ 중화반응에서 자주 나오는 개념이므로 어렵지 않으며 염기성, 산성, 중성으로 판정이 가능하며, 0.1M 염화암모늄 수용액의 pH를 제시문의 식을 이용해서 풀면되므로 어렵지는 않고 계산식을 실수없이 평형상수 K를 정리하면 된다. 5.6×10-10이 나옴. 그리고 ③식을 이용해서 초기농도, 반응농도, 평형농도를 계산해서 평형상수 K에 적용하면 x값은 약 7.5×10-6M이며 pH는 약 5.12가 나오므로 BTB지시약을 사용하는 것이 적절하다. 계산식이 좀 복잡하고 일련의 과정이 많으므로 난이도는 '상'으로 분류한다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사)

<문제 2-1>

화학 반응의 양적 관계를 이용하고, 평형 상태에서의 농도를 이용해 평형 상수를 구하는 것은 교육과정 상의 중요한 내용이다. 또한 평형 상태에서 물질을 추가했을 때 반응 지수를 이용해 반응이 어떻게 진행될지 예측하는 것도 중요한 내용이다. 계산 과정에서 용기의 부피가 2 L라는 것을 놓칠 수 있는 위험이 있으며 새로운 평형에 도달했을 때의 농도를 계산하는 과정이 다소 복잡하여 난이도는 '중'에 해당한다.

<문제 2-2>

화학 전지에서 각각의 전극으로 사용되는 물질과 수용액이 주어졌을 때 산화 환원 반응식을 꾸밀 수 있는지를 묻고 있으며, 교육과정 상의 중요한 내용 요소이다. 난이도는 '하'에 해당한다.

<문제 2-3>

산과 염기의 반응에서 생성된 염이 가수 분해되었을 때 용액의 액성이 어떻게 변화되는지 묻고 있다. 이는 교육과정 상의 중요한 요소이며 학생들이 쉽게 해결할 수 있을 것으로 보인다. 또한 특정 농도의 약염기가 주어졌을 때 용액의 pH를 구하도록 요구하고 있는데 이는 K_a, K_b, K_w의 관계를 이용하여 평형 상수를 응용하는 문항으로서 교육과정 상의 중요한 내용이다. 다만 계산 과정이 복잡하고, 각 단계별로 고려해야 할 요소들이 많기 때문에 난이도는 '상'에 해당한다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사)

<문제 2-1>

문항 2-1은 동적 평형 상태에서 화학 반응의 양적관계를 이용하여 생성물과 반응물의 농도를 정량적으로 구하고, 이 값을 이용하여 평형 상수값과 주어진 조건에서 반응 지수 값을 비교하여 평형 이동의 방향을 예측하는 문항이다. 문제 해결을 위한 모든 개념과 과정은 교육과정 성취 기준을 철저히 준수하고 있다. 또한 화학Ⅱ 모든 교과서에서 평형 관련 예시 문항으로 다뤄지는 개념으로 교육과정을 충실히 이수한 학생은 문제를 해결 하는데 어려움이 없었을 것이다. 난이도는 중하에 해당한다.

<문제 2-2>

문항 2-2는 제시문에서 주어진 산화·환원 개념과 문제에서 주어진 납축전지의 반응물과 생성물의 산화수를 고려하여 화학 전지의 산화·환원 반응식을 완성하는 문항이다. 산화수를 이용하여 문제를 해결하는 과정은 논리적 사고력 요구하지만 각각의 과정은 모두 교육과정 성취기준을 철저히 준수하고 있다. 산화 환원 개념과 원리를 이해하고 이를 활용할 수 있는지 여부를 묻고 있다.

<문제 2-3>

문항 2-3에서 염의 액성을 묻는 문항은 모든 교과서에서 공통적으로 다뤄지는 교육과정 핵심 개념이며, 염의 가수 분해에서 이온화 상수를 이용하여 pH값을 정량적으로 계산하고 수용액의 액성을 예측하는 문항 또한 교육과정 성취기준에 부합하는 문항이다. 산술적인 계산 과정에서 다소 시간이 소요될 수는 있으나 교육과정 핵심 개념으로 학교 교육과정을 충실히 이수한 학생은 쉽게 해결할 수 있는 보편적인 문항이다.

[문항카드 10-1]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의예과(생명과학)/ 1-1, 1-2, 1-3	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학Ⅰ, 생명과학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	방어, 바이러스, 면역, 유전 암호, 코돈
예상 소요 시간	20분	

2. 문항 및 제시문

【문제 1】 아래의 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(20점)

(가) 질병은 비감염성 질병과 감염성 질병으로 나눌 수 있다. 감염성 질병은 병원체에 감염되어 발병하는 질병으로 결핵, 독감 등이 있다. 바이러스는 유전 물질과 유전 물질을 둘러싼 껍질로 구성되고 감염성 질병의 원인이 된다.

(나) 우리 몸에는 이물질이나 병원체가 침입하면 방어 작용이 일어나 우리 몸을 보호한다. 방어 작용은 감염 부위에서 신속하고 광범위하게 일어나는 염증 반응과 림프구에서 생성된 세포에 의한 면역 반응이 있다.

[문제1-1~문제1-3] 다음은 우리 몸의 방어 작용에 대해 연구한 자료이다.

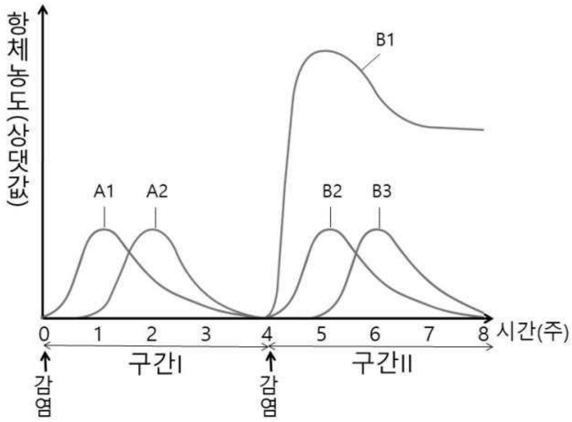
2019년 1월 1일, 바이러스X와 바이러스Y에 노출된 적이 없는 정상인이 ㉠바이러스X에 감염되었다. 그리고 4주 후, 다시 ㉡어떤 바이러스에 감염되었다.

<표1-1>은 바이러스X와 바이러스Y의 전사 주형 가닥 유전 정보 일부를 나타낸 것이다. 각 유전 정보는 껍질 성분을 암호화하며, 껍질은 감염 시 항원으로 작용한다.

바이러스 종류	전사 주형 가닥 유전 정보
바이러스X	5′-GGTTGTGGTGTGGTTGGG-3′
바이러스Y	5′-CGAGAGTCTTTTAAACGA-3′

<표1-1>

<그림1-1>은 바이러스 감염 후 정상인에서 일어난 면역 반응을 분석하기 위해, 시간에 따른 혈중 항체 농도를 구간Ⅰ과 구간Ⅱ로 나누어 나타낸 것이다. 구간Ⅰ은 2019년 1월 1일 바이러스X에 의한 감염 즉시부터 4주간의 기간이며, 구간Ⅱ는 2019년 1월 29일 2번째 바이러스에 의한 감염 즉시부터 4주간의 기간이다.



<그림1-1>

첫 번째 염기		두 번째 염기									세 번째 염기
		U		C		A		G			
	U	UUU	페닐알라닌	UCU	세린	UAU	타이로신	UGU	시스테인	U	
		UUC		UCC		UAC		UGC		C	
		UUA	류신	UCA		UAA	종결 코돈	UGA	종결 코돈	A	
		UUG		UCG		UAG		UGG	트립토판	G	
	C	CUU	류신	CCU	프롤린	CAU	히스티딘	CGU	아르지닌	U	
		CUC		CCC		CAC		CGC		C	
		CUA		CCA		CAA	글루타민	CGA		A	
		CUG		CCG		CAG		CGG		G	
	A	AUU	아이소류신	ACU	트레오닌	AAU	아스파라진	AGU	세린	U	
		AUC		ACC		AAC		AGC		C	
		AUA		ACA		AAA	라이신	AGA	아르지닌	A	
		AUG	메싸이오닌	ACG		AAG		AGG		G	
	G	GUU	발린	GCU	알라닌	GAU	아스파트산	GGU	글리신	U	
		GUC		GCC		GAC		GGC		C	
		GUA		GCA		GAA	글루탐산	GGA		A	
		GUG		GCG		GAG		GGG		G	

<표1-2>

<표1-2>는 유전부호(코돈표)이다.

[문제 1-1] ㉠ 이후 X에 의해 생성되는 혈중 항체 농도 변화를 <그림1-1>의 A1과 A2 중에서 선택하고 그 이유를 서술하시오. ㉡에서 X에 감염되었다고 가정하였을 때, X에 의해 생성되는 혈중 항체 농도 변화를 <그림1-1>의 B1~B3 중에서 선택하고 그 이유를 서술하시오.(5점)

[문제 1-2] ㉡에서 Y에 감염되었다고 가정하였을 때, Y에 의해 생성되는 혈중 항체 농도 변화를 <그림1-1>의 B1~B3 중에서 선택하고 그 이유를 서술하시오. <표1-1>의 유전 정보를 <표1-2>의 유전부호(코돈표)를 이용하여 6개의 아미노산으로 전사 및 번역되는 과정을 서술하시오. (단, 개시 코돈과 종결 코돈은 고려하지 않는다.)(10점)

[문제 1-3] <그림1-1>의 면역 반응 결과를 고려할 때, 바이러스에 노출된 적 없는 김연세 연구원이 바이러스X에 의한 감염성 질병을 예방할 수 있는 방법과 방법을 적용할 시기를 서술하시오.(5점)

3. 출제 의도

1) 바이러스 침입으로 항체를 생산하는 특이적 1차 면역 반응과 2차 면역 반응에 대한 이해를 평가하고자 함.
2) 코돈표를 이용한 전사와 번역 과정을 통해 유전 정보의 흐름에 대한 이해를 평가하고자 함.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

1. 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호[별책 9] "과학과 교육과정"
관련 성취기준	(see below)

과목명: 생명과학Ⅰ, 생명과학Ⅱ		관련
성취기준 1	[12생과Ⅰ03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다.	제시문 (가) 제시문 (나) 문제 1-1 문제 1-2
성취기준 2	[12생과Ⅰ03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다.	문제 1-3
성취기준 3	[12생과Ⅱ04-03] 전사와 번역 과정을 거쳐 유전자가 발현됨을 이해하고, 모형을 이용하여 유전자 발현 과정을 설명할 수 있다. [12생과Ⅱ04-04] 유전 암호를 이해하고, 유전 암호 표를 사용하여 유전 정보를 해독할 수 있다.	문제 1-2

2. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 생명과학Ⅰ	김육택 외	동아출판	2017	92-103
	고등학교 생명과학Ⅰ	전상학외	지학사	2017	92-106(질병 방어 백신)
	고등학교 생명과학Ⅰ	심규철 외	비상교육	2017	92-108(면역, 백신)
	고등학교 생명과학Ⅰ	이준규 외	천재교육	2017	95-111(감염, 면역)
	고등학교 생명과학Ⅰ	심재호 외	금성출판	2017	114-119
	고등학교 생명과학Ⅰ	오현선 외	미래	2017	100-120(방어, 항체, 백신)
	고등학교 생명과학Ⅱ	전상학 외	지학사	2017	114-123(유전자 발현)
	고등학교 생명과학Ⅱ	심규철 외	비상교육	2017	122-129(유전자의 발현)
	고등학교 생명과학Ⅱ	이준규 외	천재교육	2017	115-127(유전자 발현)
	고등학교 생명과학Ⅱ	오현선 외	미래	2017	124-133(유전자 발현)

5. 문항해설 및 채점기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	처음 감염 (=특이적 1차 면역 반응=특이적 1차 방어 작용, 없음)	+1
	㉠ A2 선택	+1
	㉠ A2 이유, 항원 특이적 항체 생성 과정 서술: 보조T세포의 도움으로 항원을 인식하는 B림프구가 형질세포와 기억세포로 분화하고 형질세포는 항원과 결합할 수 있는 항체를 생성하기 때문에 시간이 소요됨 (약 1주부터 항체의 농도가 증가 됨)	+1
	㉡ B1 선택	+1
	㉡ B1 이유, 같은 항원의 재침입에 의한 2차 면역 반응, 기억세포, 빠르고 많은 양의 항체 생성.	+1
1-2	㉡ B3 선택	+1
	㉡ B3 이유, 처음 감염 (특이적 1차 면역 반응), 기억세포 없음, 시간이 소요되어 (=1주 정도 또는 5~8일 후) 항체 농도가 증가하는 그래프	+1
	전사: 방향성 고려한 과정 (용어 주의사항, 전사결과물=전사된 것=mRNA이며, RNA는 tRNA를 포함하므로 감점 –2) X의 mRNA: 3'-CCA ACA CCA CAC CAA CCC-5 또는 5-CCC AAC CAC ACC ACA ACC-3 또는 CCC AAC CAC ACC ACA ACC Y의 mRNA: 3'-GCU CUC AGA AAA UUU GCU-5'또는 5-UCG UUU AAA AGA CUC UCG-3 또는 UCG UUU AAA AGA CUC UCG	+2 +2
	6개의 아미노산 서열 완성도 (미완성 답안은 부분 점수 없음) X의 항원: 프롤린-아스파라진-히스티딘-트레오닌-트레오닌-=트레오닌 Y의 항원: 세린-페닐알라닌-라이신-아르지닌-류신-세린	+2 +2
1-3	<그림1-1> 결과 고려 (같은 항원의 특이적인 면역 반응은 1차 면역이 있는 경우 2차 면역 반응은 빠르고 많은 양의 항체를 생산)	+1
	방법: 백신	+1
	백신 관련 서술: **바이러스 X 항원을 백신으로 이용**, X에 대한 **기억 세포 저장**	+1
	시기: 그래프에 1주(4일, 또는 5일~8일) (그러나 특정하지 않고 "미리"라 하면 +1의 부분점수)을 고려하여 예방 접종을 실시.	+2

6. 예시답안

[문제 1-1] 예시답안

㉠의 그래프는 A2, 정상인은 과거 바이러스 X에 노출된 적이 없다. 따라서 바이러스 X의 감염이 일어나면 항원 특이적인 1차 면역 반응이 일어나게 된다. 해당 문제에서는 정상인이 처음 X에 감염되었고, X에 대한 특이적 항체를 생산하는 체액성 면역 반응을 항체 농도로 측정하였다. X가 항원으로 인식되고 B림프구가 활성화되어 형질 세포와 기억세포로 분화된다. 이 과정에서 세포의 증식과 분화가 필요하므로 형질세포가 A1처럼 즉시 항체를 생산할 수 없기 때문에 **㉠의 그래프는 A2이다**.

㉡의 그래프는 B1, 정상인은 과거 (4주전) X에 감염이 되었다. 1차 면역 반응으로 생산된 기억세포는 같은 항원이 재침입하면 빠르게 증식하고 형질세포로 분화하여 많은 항체를 생성한다. 따라서 **X 항원에 대한 기억 세포가 남아 있어 2차 면역 반응이 일어나고 2차 면역 반응은 1차 면역 반응보다 빠르게 많은 양의 항체를 생성하기 때문에 ㉡의 그래프는 B1이다**.

[문제 1-2] 예시답안

㉡의 그래프는 B3, 정상인이 처음 항원(바이러스 Y에 특이적 1차 면역 반응이 없기) 감염되었기 때문에, Y 항원에 특이적인 1차 면역 반응이 일어나야 하기 때문이다 (활성화된 B림프구가 증식하고 분화하여 형질세포가 만들어져 형질세포가 항체를 생성하기 때문에 시간이 필요된다). 따라서 **B2**처럼 즉시 항체를 생산할 수 없고, 또한 바이러스 Y 항원에 대한 기억세포가 없어서 **B1**처럼 즉시, 많은 양을 생산할 수도 없다.

바이러스 X와 Y의 전사 주형 가닥 유전 정보는 전사에 의해 방향성을 가지고 mRNA로 전사되고 아미노산으로 번역된다.

X와 Y의 주형 가닥 유전 정보가 전사된 것은 아래와 같다.
X의 mRNA: 3′-CCA ACA CCA CAC CAA CCC-5′
Y의 mRNA: 3′-GCU CUC AGA AAA UUU GCU-5′

그리고 전사된 것(mRNA)은 6개의 아미노산으로 번역으로 번역된다.
X의 항원: 프롤린-아스파라진-히스트딘-트레오닌-트레오닌-트레오닌
Y의 항원: 세린-페닐알라닌-라이신-아르지닌-류신-세린

[문제 1-3] 예시답안

<그림1-1>을 고려할 때 특이적인 면역 반응은 1차 면역이 있는 경우, 같은 항원의 재침입은 2차 면역 반응으로 빠르게 많은 양의 항체를 생산한다. 따라서 김연세 연구원이 바이러스 X 의한 감염성 질병을 항체 생성을 통해 예방하고자 한다면, 바이러스 X의 특이적인 1차 면역 반응을 인위적으로 생성하는 방법으로 바이러스 X를 함유한 백신을 접종할 수 있다.
바이러스 X를 함유한 백신을 **미리** 접종하면 바이러스 X 항원에 대한 특이적인 항체를 생산할 수 있는 형질 세포로 분화 가능한 **기억 세포**가 1차 면역 반응으로 저장되므로, 바이러스 X에 의한 감염성 질병을 예방할 수 있기 때문이다.
<그림1-1>에 따라 항원 특이적인 1차 면역 반응 생성에 시간이 소요되므로 백신을 예방 접종할 시기는 **~1주이다**.

■ 논술우수자 전형(창의인재-의예과) **생명과학문제1**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사)

<문제 1-1>

생명과학Ⅰ 교과의 (3) 항상성과 몸의 조절 영역의 방어 작용과 관련된 내용이 출제되었다. 바이러스 X 감염에 따른 체액성 면역 반응에서 항체 생성 속도 및 농도 자료 해석을 통해 그래프를 찾고 이유를 서술하도록 요구하고 있다. 교육과정에서 다루는 내용 중 1차 면역 반응과 2차 면역 반응의 원리를 충실히 학습한 학생이라면 자료 해석을 통해 무난히 답안을 작성할 수 있을 것이다.

<문제 1-2>

생명과학Ⅰ 교과의 (3) 항상성과 몸의 조절 영역의 방어 작용, 생명과학Ⅱ 교과의 (4) 유전자의 발현과 조절 영역의 전사와 번역과 관련된 내용이 출제되었다. 바이러스 Y의 감염에 따른 체액성 면역 반응에서 항체 생성 속도 및 농도 자료 해석을 통해 그래프를 찾고 이유를 서술하도록 요구하고 있으며, 자료에 제시된 전사 주형 가닥의 유전 정보를 전사 및 번역하여 제시하도록 요구하고 있다. 생명과학Ⅰ의 체액성 면역 반응에서 1차 면역 반응과 생명과학Ⅱ의 전사와 번역의 원리를 충실히 학습한 학생이라면 무난히 답안을 작성할 수 있을 것이며, 문제 해결에 소요되는 시간 측면에서 1-1 문항보다 많은 시간을 요하므로 난이도는 1-1 문항에 비해 높다.

<문제 1-3>

생명과학Ⅰ 교과의 (3) 항상성과 몸의 조절 영역의 백신의 작용 원리와 관련된 내용이 출제되었다. 교육과정에서 다루는 내용 중 질병을 예방하기 위하여 항원을 포함하는 물질인 백신을 미리 투여함으로써 기억 세포를 생성시킬 수 있음을 학습한 학생이라면 무난히 답안을 작성할 수 있을 것이다. 단, 자료 해석을 통해 기억 세포가 생성되려면 약 1주일이 소요됨을 파악해야 어느 시기에 예방 방법을 적용할 지에 대한 답안을 작성할 수 있을 것이다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사)

<문제 1-1>

생명과학Ⅰ의 3단원 항상성과 몸의 조절에서 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고 있는지를 묻는 문항이다. 이 내용은 생명과학 Ⅰ교과서(교학사, 금성출판사, 동아출판, 미래엔, 비상교육, 와이비엠, 지학사)에 자세히 소개되어 있다.

감염성 질병으로 바이러스가 원인이 될 수 있으며, 이들이 체내에서 항원으로 작용하여 이에 대응하는 방어 작용이 일어남과 그 방어 작용의 전 과정을 이해해야 한다. 동일한 바이러스가 1차와 2차에 걸쳐 감염되었을 때 B 림프구에 의한 1차 면역과 이로 인해 형성된 기억 세포에 의한 2차 면역을 통해 생성되는 항체의 농도 변화를 이해하고 있다면 주어진 그래프에서 해당 결과를 충분히 찾아내고 그 이유를 설명할 수 있다. 대부분의 수험생들이 면역 과정에 대한 이해도가 높다는 점을 고려하였을 때 난이도는 중하로 판단된다.

<문제 1-2>

생명과학Ⅰ의 3단원 항상성과 몸의 조절에서 다양한 질병체의 감염에 따른 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고 있는지와 생명과학Ⅱ의 4단원 유전자의 발현에서 전사와 번역의 과정을 이해하고 있는지를 묻는 문항이다. 이 내용은 각각 생명과학 Ⅰ교과서(교학사, 금성출판사, 동아출판, 미래엔, 비상교육, 와이비엠, 지학사)와 생명과학Ⅱ 교과서(교학사, 미래엔, 비상교육, 지학사, 천재교육)에 자세히 소개되어 있다.

유전자가 발현되기 위해 일어나는 전사와 번역 과정과 이를 통해 바이러스 X와 Y는 서로 다른 종류임을 이해해야 한다. 다른 종류의 바이러스가 최초 감염되었을 때 2차 면역이 아닌 1차 면역이 다시 일어남을 이해해야 한다. 또한 바이러스의 껍질을 구성하는 물질이 주어진 일부 유전 정보의 발현으로 생성되는데, 이때 유전 정보가 서로 다르면 다른 종류의 껍질을 생산하며 이들이 체내로 유입되면 서로 다른 항원으로 작용한다는 점도 이해해야 한다. 따라서 바이러스 Y가 감염 되었을 때 2차 면역이 아닌 1차 면역 과정이 진행됨을 밝힐 수 있고, 그래프에서 항체의 농도 변화를 예측할 수 있어야 한다. 또한 주어진 유전 암호표를 이용하여 바이러스 X와 Y의 일부 전사 주형가닥의 유전 정보로부터 발현된 물질의 아미노산 서열을 밝힐 때 다만 전사 방향이 5′에서 3′방향으로 진행됨을 주의해야 한다. 이러한 점을 고려하였을 때 난이도는 중상 정도로 판단된다.

<문제 1-3>

생명과학Ⅰ의 3단원 항상성과 몸의 조절에서 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용의 원리와 이를 이용한 백신 접종으로 질병을 예방할 수 있음을 이해하고 있는지를 묻는 문항이다. 이 내용은 생명과학 Ⅰ교과서(교학사, 금성출판사, 동아출판, 미래엔, 비상교육, 와이비엠, 지학사)에 자세히 소개되어 있다.

동일한 항원이 체내에 재 침입하였을 때 기억 세포에 의한 2차 면역이 일어나 침입한 항원을 무력화시킬 수 있으므로 바이러스 X의 항원을 함유한 백신을 접종하면 기억 세포의 형성을 유도할 수 있으며 예방 접종 시기는 최소한 1주일 전에는 이루어져함을 그래프 자료를 통해 추론해야 한다. 이 문항 역시 수험생들이 면역 과정에 대한 이해도가 높다는 점을 고려하였을 때 난이도는 중으로 판단된다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사)

<문제 1-1>

생명과학Ⅰ의 '우리 몸의 방어 작용'에 대한 내용을 이해하고 있어야 풀이가 가능한 문항이다. 항원이 처음 침입했을 때 일어나는 1차 면역 반응에 대한 부분은 교과서에 제시된 그래프와 유사한 내용이므로 이 부분을 학습한 학생들이라면 쉽게 답안을 작성할 수 있다.

<문제 1-2>

생명과학Ⅰ의 '우리 몸의 방어 작용'과 생명과학Ⅱ의 '유전자 발현과 조절'의 내용 요소를 바탕으로 설명할 수 있어야 풀이가 가능한 문항이다.
항원이 재침입했을 때 일어나는 2차 면역 반응에 대한 문항이다. 교과서에 제시된 그래프를 통해 학습한 내용이므로 쉽게 답안을 작성할 수 있다.
주어진 유전정보를 이용하여 전사 및 번역되는 과정에 관한 문항이다. 이와 유사한 문항을 교과서 문항을 통해 충분히 학습한 내용이다. 이 문항은 풀이에 다소 시간이 소요될 수 있고, 전사 및 번역과정에서 실수가 발생할 수 있으나 교육과정을 충실히 이수한 학생들이 해결할 수 있는 문항이다.

<문제 1-3>

생명과학Ⅰ의 '우리 몸의 방어 작용'에 대한 내용을 이해하고 있어야 풀이가 가능한 문항이다. 질병을 예방하기 위해 백신을 접종하는 시기에 관한 질문이다. 항원 침입 후 약 1주간 항체 생성에 시간이 소요된다는 것을 자료를 통해 확인할 수 있다.

[문항카드 10-2]

[연세대학교 미래캠퍼스 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의예과(생명과학)/ 2-1, 2-2, 2-3	
출제 범위	교육과정 과목명	생명과학Ⅰ, 생명과학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	생명 과학 연구 방법, 연역적 탐구 방법, 제한 효소, 유전체, 핵치환
예상 소요 시간	15분	

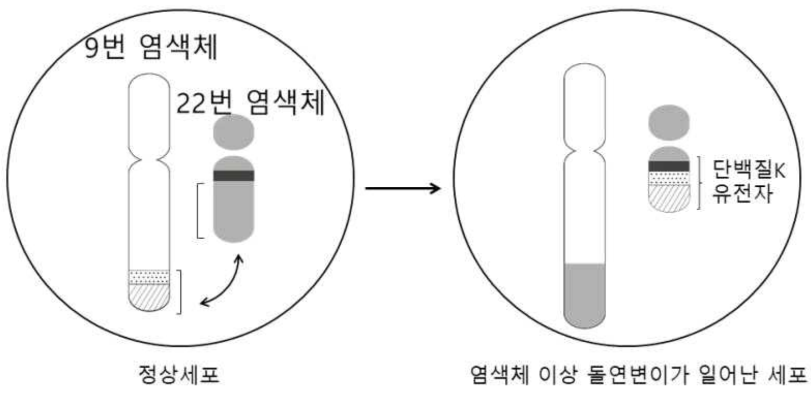
2. 문항 및 제시문

【문제 2】 아래의 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(20점)

(가) 모든 생물은 세포로 이루어져 있으며 생명 현상을 유지하기 위한 물질대사가 끊임없이 일어난다. 세포에는 활성화 에너지를 낮추어 주는 생체 촉매제가 있어 화학 반응이 잘 일어날 수 있다. 효소의 작용을 조절하는 저해제는 효소와의 결합 부위에 따라 경쟁적 저해제와 비경쟁적 저해제로 구분된다.

(나) 세포는 어느 정도 크기가 되면 생장을 멈추고 분화하거나 세포 분열을 한다. 세포 분열 결과 형성된 딸세포가 생장하여 다시 분열하는 과정을 반복하는데 이렇게 반복되는 일련의 생장과 분열 과정을 세포주기라 한다.

(다) 생물의 유전 정보를 담고 있는 염색체는 안정한 물질이지만, 간혹 여러 가지 요인으로 손상되면서 정상적인 기능을 하지 못하고 사람의 질병을 유발하기도 한다. 하나의 염색체에는 수많은 유전자가 있으므로 염색체 수 및 구조의 이상은 다양한 유전병을 일으킨다. 대표적인 예로서 다운 증후군, 만성 골수 백혈병 등이 있다. 만성 골수 백혈병은 <그림2-1>과 같이 염색체 이상으로 단백질 K의 유전자가 생겨나고 그 결과 백혈구가 과도하게 증식하는 질병이다.



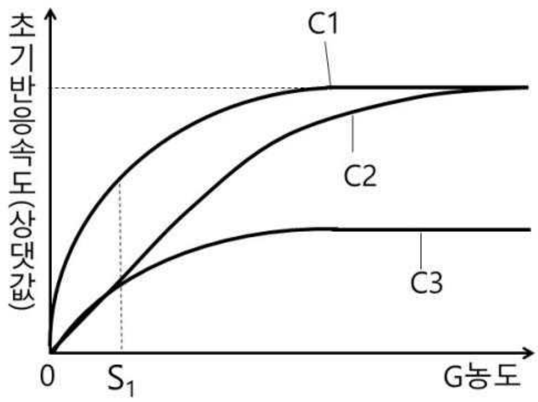
<그림2-1>

[문제 2-1~문제 2-3] 다음은 만성 골수 백혈병 환자로부터 추출한 단백질K를 이용한 실험이다.

단백질K의 활성 부위에 세포 성분 물질G가 결합하면 물질W가 생성되고, W는 과도한 세포 분열을 촉진한다. 어떤 식물에서 추출한 물질E와 물질F는 K의 서로 다른 부위에 결합하고, K의 활성을 저해함으로써 과도한 세포의 증식을 억제한다. E는 G와 유사한 입체 구조를 가지고 있으며 K의 활성 부위에 결합한다. 김연세 연구원은 다음과 같이 3개의 비커에 K와 여러 물질들(E, F, G)을 선택하여 넣고 시간에 따른 W의 생성량(농도)을 측정하였다.

- 비커1: K와 G를 넣었다.
- 비커2: E, K, G를 넣었다.
- 비커3: F, K, G를 넣었다.

<그림2-2>는 G의 농도에 따른 초기 반응 속도를 나타낸 것이다. 비커1~3에서 K의 농도는 일정(동일)하며, 제시된 조건 이외의 다른 조건은 동일하다.



<그림2-2>

[문제 2-1] 제시문 (가)를 참고하여 K가 무엇인지 서술하고, 비커1의 반응 결과에 해당하는 그래프를 <그림2-2>에서 선택하고 그 이유를 서술하시오.(5점)

[문제 2-2] 제시문 (가)를 참고하여 비커2와 3의 반응 결과에 해당하는 그래프를 <그림2-2>에서 선택하고 그 이유를 각각 서술하시오.(10점)

[문제 2-3] 제시문과 실험결과를 참고하여, 김연세 연구원이 백혈구의 과다한 증식을 효과적으로 저해하고자 할 때, 물질E와 F 중에서 최상의 효과를 얻을 수 있는 것을 선택하고 그 이유를 서술하시오.(5점)

3. 출제 의도

1) 생명 현상을 유지하기 위한 생물의 특징으로 물질대사에서 화학 반응을 촉매하는 효소와 결합하는 기질과 저해제의 특징을 이해하고 있는지 평가하고자 함.
2) 염색체 이상과 유전병을 이해하고 있는지 평가하고자 함.

4. 문항 및 제시문의 출제근거

1. 교육과정 근거

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td colspan="3">교육부 고시 제2015-74호[별책 9] "과학과 교육과정"</td></tr>
<tr><td rowspan="4">관련 성취기준</td><td colspan="2">과목명: 생명과학Ⅰ, 생명과학Ⅱ</td><td>관련</td></tr>
<tr><td>성취 기준 1</td><td>[12생과Ⅱ02-06] 효소의 작용을 활성화 에너지와 기질의 특이성을 중심으로 이해하고, 온도와 pH가 효소 작용에 영향을 미칠 수 있음을 실험을 통해 설명할 수 있다.</td><td>제시문 (가)
문제 1-1
문제 1-2
문제 1-3</td></tr>
<tr><td>성취 기준 2</td><td>[[12생과Ⅰ04-01] 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열과 관련지어 설명할 수 있다.</td><td>제시문 (나)
문제 1-3</td></tr>
<tr><td>성취 기준 3</td><td>[12생과Ⅰ04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.</td><td>제시문 (다)
문제 1-3</td></tr>
</table>

2. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 생명과학I	김육택 외	동아출판	2017	122-123(세포주기), 144-146(유전)
	고등학교 생명과학I	전상학외	지학사	2017	116-117(세포주기), 134-137(염색체 이상)
	고등학교 생명과학I	심규철 외	비상교육	2017	110 (세포분열), 142-154(염색체이상)
	고등학교 생명과학I	이준규 외	천재교육	2017	123-133(세포주기), 141-149(염색체이상)
	고등학교 생명과학I	오현선 외	미래	2017	131(세포주기), 146-151(염색체이상)
	고등학교 생명과학Ⅱ	전상학 외	지학사	2017	53-63(효소, 저해제)
	고등학교 생명과학Ⅱ	심규철 외	비상교육	2017	56-59(효소 저해제)
	고등학교 생명과학Ⅱ	이준규 외	천재교육	2017	54-61(효소 저해제)
	고등학교 생명과학Ⅱ	오현선 외	미래	2017	58-65(효소, 저해제)

5. 문항해설 및 채점기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	K는 G와 활성 부위에 결합하고 화학 반응을 통해 W를 생산하는 효소 (생체 촉매제)	+1
	C1선택	+2
	C1선택 이유, 저해제가 없다. 그래서 그래프들 중에서 기질(G)의 농도가 증가함에 따라 가장 반응속도가 빠르게 그리고 높게 증가하기 때문.	+2
2-2	비커2의 결과로 C2 선택	+2
	비커2의 결과로 C2를 선택한 이유 서술 -E와 G가 입체 구조 유사하고 효소(K) 활성 부위 결합 +1 -E는 낮은 농도의 기질과 경쟁적인 효소 활성 저해 효과 그러나 높은 농도의 기질에서 효소 활성 저해 효과 없음 +1 -따라서 E는 경쟁적 저해제 (또는 기질과 경쟁적인 저해제) +1	+3
	비커3의 결과로 C3 선택	+2
	비커3의 결과로 C3를 선택한 이유 서술 -F는 효소(K)의 기질 결합 부위 아닌 곳에 결합하여 효소 활성 저해 +1 -F는 기질의 농도가 높아지더라도 효소 활성 저해 효과 있음 +1 -따라서 F는 기질과 비경쟁적인 저해제 (또는 기질과 경쟁하지 않는 저해제) +1	+3
2-3	F 선택	+2
	F을 선택한 이유 제시문 고려, 물질대사가 끊임없이 일어나는, 기질 농도가 변화할 수 있는 상황 +1 그래프에서 S1보다 높은 기질의 농도 +1 따라서 **(높은) 기질의 농도**와 경쟁적이지 않은 저해 효과를 주는 저해제 (비경쟁적 저해제) 이기 때문에 F를 선택함. +1	+3

7. 예시답안

[문제 2-1] 예시답안

단백질 K는 기질 G와 결합하여 W를 생산하는 화학 반응을 촉매하는 효소이고 비커1의 반응 결과 그래프는 C1이다. (비커2와 3에는 저해 물질이 포함되어 있으므로) 비커1에는 저해제가 없으므로, 실험 결과는 상대적으로 낮은 농도에서 초기 반응 속도가 높고, 기질의 농도 증가에 따라 빠르게 최대의 초기반응속도에 도달하기 때문이다.

[문제 2-2] 예시답안

비커2의 반응 결과 그래프는 C2이고, 비커3의 반응 결과 그래프는 C3이다.
E는 기질 G와 입체 구조가 유사하고 효소 K의 활성 부위에 결합하고 효소 활성을 저해한다. C1와 C2를 비교하면 낮은 농도의 기질에서 효소의 초기 반응 속도는 C1보다 C2가 낮다. 하지만 기질의 농도가 증가하면 C1와 C2의 (효소 초기) 반응 속도는 같아진다. 즉, C1와 비교하여 C2의 효소 활성(초기 반응 속도)는 기질과 경쟁적으로 저해 효과가 있다. 비커2의 실험은 E를 넣었고, E는 기질과 효소의 활성 부위를 경쟁적으로 결합하는 효소 활성 저해제(경쟁적 저해제)이기 때문에 비커2의 반응 결과 그래프는 C2이다.

F는 K와 효소 활성 부위와 다른 곳에 결합하고 활성을 저해한다 하였다. F는 K의 저해제로서 그래프 C3가 되어 기질의 농도가 높아지더라도 저해 효과는 줄어들지 않기 때문에 비경쟁적 저해제 (또는 기질과 경쟁하지 않는 효소 저해제)이다.

[문제 2-3] 예시답안

제시문 (가)에서 세포의 물질대사가 끊임없이 일어난다는 것을 고려하면, 세포 물질 (기질 포함)의 농도가 변화하고, 기질의 농도는 낮거나 높을 수 있다.
문제의 조건인 기질 농도가 S_1이상일 때 E와 F의 효소 활성 저해 효과를 비교해보면, C2는 기질 농도가 높아짐에 따라 저해 효과가 줄어들지만, C3는 기질 농도가 높아져도 저해 효과가 줄어들지 않으므로 F가 E와 비교하여 백혈구의 과도한 증식을 억제하는데 더 효과적일 것이다.

■ 논술우수자 전형(창의인재-의예과) **생명과학문제2**에 대한 고교교사 검토 의견

1. 출제입실 점검 고교교사 의견(A교사)

<문제 2-1>

생명과학Ⅱ 교과의 (2) 세포의 특성 영역의 효소의 작용과 관련된 내용이 출제되었다. 교육과정에서 다루는 내용 중 효소의 주성분이 단백질이고 기질과 결합하는 활성 부위를 갖는다는 특성과 효소의 농도가 일정할 때 기질 농도가 증가함에 따라 초기 반응 속도가 비례하여 증가하지만, 기질 농도가 어느 수준 이상에서는 초기 반응 속도가 일정하게 유지되는 원리를 충실히 학습한 학생이라면 자료 해석을 통해 무난히 답안을 작성할 수 있을 것이다.

<문제 2-2>

생명과학Ⅱ 교과의 (2) 세포의 특성 영역의 효소의 작용, 기질 특이성과 관련된 내용이 출제되었다. 효소의 농도가 일정(동일)한 조건에서 기질을 포함한 여러 물질을 처리하였을 때 반응 결과를 분석하여 그래프를 찾고 이유를 서술하도록 요구하고 있다. 제시문 (가)를 참고하고 자료 해석을 통해 물질 E가 기질인 G와 유사한 입체 구조를 가졌으므로 기질과 경쟁적으로 효소에 결합하여 효소기질 복합체 형성을 저해하는 경쟁적 저해제(또는 경쟁적으로 저해하는 효과를 내는 물질)임을 알 수 있으며, 해당 그래프 기호를 서술할 수 있다. 또한, 효소의 활성 부위가 아닌 다른 부위에 결합하여 효소의 작용을 저해하는 F가 비경쟁적 저해제(또는 기질과 경쟁적으로 작용하지 않는 물질)임을 알 수 있으며 해당 그래프 기호를 서술할 수 있다.

<문제 2-3>

생명과학Ⅰ 교과의 (4) 유전 영역의 염색체 구조, 유전병의 종류와 특징, 생명과학Ⅱ 교과의 (2) 세포의 특성 영역의 효소의 작용, 기질 특이성과 관련된 내용이 출제되었다. 제시문 (나), (다)에서 세포주기 및 염색체 구조 이상 돌연변이로 인해 발생할 수 있는 만성 골수 백혈병을 제시하였으며, 문항에서는 제시문 (나), (다)를 참고하여 백혈구의 과도한 세포 분열을 억제하는 데 있어 더 효과적인 물질을 E와 F 중 선택하도록 요구하고 있다. 자료의 기질 농도에 따른 초기 반응 속도 그래프에서 E는 기질의 농도가 높아지면 저해 효과가 감소하지만, F는 기질의 농도가 높아져도 저해 효과가 줄어들지 않으므로 백혈구의 과도한 세포 증식(분열)을 억제하는 데 더 효과적인 물질이 F임을 알 수 있다.

2. 출제입실 점검 고교교사 의견(B교사)

<문제 2-1>

생명과학Ⅱ의 2단원 생명의 구조와 화학적 기초 에서 효소의 구조와 기능 그리고 특성에 대한 내용을 이해하는지를 묻는 문항이다. 이 내용은 생명과학Ⅱ 교과서(교학사, 미래엔, 비상교육, 지학사, 천재교육)에 자세히 소개되어 있다.

생명체 내에서 화학 반응이 잘 일어나도록 해주는 물질이 효소이고 주성분은 단백질로 되어 있으며, 기질과 결합하여 생성물을 생산한다. 이때 효소과 기질과 결합하는 초기 반응속도는 기질의 농도에 영향을 받는다는 점을 이해해야 한다. 제시된 단백질 K가 효소, 물질 G가 기질이며 K의 농도가 일정하고 G의 농도를 점점 증가시킬 때 초기 반응 속도를 측정하는 실험 결과

에서 그래프 C1임을 예측해야 한다. 또한 수험생들이 그래프 C1이 그래프 C2와 C3보다 상대적인 초기 반응 속도가 물질 G의 특정 농도 변화 구간에서 높음을 설명해야 한다. 이러한 부분을 고려하였을 때 수험생들의 실력에 따라 답안 수준의 차이가 발생할 것으로 예상되어 난이도는 중으로 판단된다.

<문제 2-2>

생명과학Ⅱ의 2단원 생명의 구조와 화학적 기초 에서 효소의 기능에 영향을 미치는 저해제의 종류와 특성을 이해하고 있는지를 묻는 문항이다. 이 내용은 생명과학Ⅱ 교과서(교학사, 미래엔, 비상교육, 지학사, 천재교육)에 자세히 소개되어 있다.

효소에 기능을 억제하는 저해제에는 경쟁적 저해제와 비경경적 저해제가 있으며 두 종류의 저해제의 특성을 알아보기 위한 실험 과정과 그 결과를 이해하고 분석해야 한다. 경쟁적 저해제는 효소의 활성 부위와 구조가 비슷하여 기질과 경쟁적으로 효소의 활성 부위에 결합하며, 비경쟁적 저해제는 효소의 다른 부위에 결합함으로써 활성 부위의 구조를 변형시켜 효소의 기질과 결합을 방해함을 이해해야 한다. 따라서 단백질 K의 농도가 일정하고 물질 G의 농도 증가에 따른 K의 초기 반응 속도는 비경쟁적 저해제가 포함되어 있을 때 현저히 낮다는 점을 이해한다면 제시된 그래프 C2는 경쟁적 저해제 역할을 하는 물질 E가 함유된 경우이며, 그래프 C3은 비경쟁적 저해제인 물질 F가 함유된 경우의 결과임을 추론해야 한다. 이 문항을 해결하기 위해서는 효소의 반응에 대한 실험 과정, 기질의 농도에 따른 효소의 초기 반응 속도 변화, 두 종류의 저해제의 특성과 역할을 종합해서 분석해야 함으로 이런 점을 고려했을 때 난이도는 상으로 판단된다.

<문제 2-3>

생명과학I의 4단원 유전에서 체세포 분열 과정과 의의, 유전병의 종류와 특징에 대해 이해하고 있는지와 생명과학Ⅱ의 2단원 생명의 구조와 화학적 기초 에서 효소의 기능에 영향을 미치는 저해제의 종류와 특성을 이해하고 이를 활용한 질병치료 적용의 가능성을 예측할 수 있는지를 묻는 문항이다. 이 내용은 각각 생명과학Ⅰ교과서(교학사, 금성출판사, 동아출판, 미래엔, 비상교육, 와이비엠, 지학사)와 생명과학Ⅱ 교과서(교학사, 미래엔, 비상교육, 지학사, 천재교육)에 자세히 소개되어 있다. 비경쟁적 저해제가 기질의 농도가 점점 높아진다는 조건에서도 효소와 결합하여 효소의 활성 부위의 입체 구조를 변화시키기 때문에 효소는 기질과 결합할 수 없다는 내용과 제시된 자료를 통해 물질 F가 비경쟁적 저해제라는 사실을 이해하고 있다면 이 문항을 쉽게 풀이할 것으로 본다. 다만 제시문에서 생명체는 끊임없는 물질대사가 일어나므로 효소와 기질의 농도 변화가 일어남을 추론해야 함으로 이러한 부분을 고려하였을 때 수험생들의 실력에 따라 답안 수준의 차이가 발생할 것으로 예상되어 난이도는 중으로 판단된다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 고교교사 의견(C교사)

<문제 2>

2번 문항은 생명과학Ⅱ 5종 교과서(교학사, 미래엔, 비상교육, 지학사, 천재교육)에 기재된 내용이다. 용어, 기호, 문항 해설이 고등학교 교육과정 수준에 적합하며, 교육과정에서 벗어나는 요소는 없다. 생명과학Ⅱ의 ‘효소’의 내용 요소를 바탕으로 설명할 수 있어야 풀이가 가능한 문항이다.

2-1. (가)에 의하면 화학 반응이 일어나게 하는 것이 효소이고, 관련 단원에서 효소는 기질과 반응하여 생성물을 만들어낸다는 내용을 학습한 학생들은 쉽게 답안을 작성할 수 있다.

2-2. 효소의 저해제에서 경쟁적 저해제와 비경쟁적 저해제에 대한 내용이 교과서에 제시되어 있으므로 그림 2-2에서 C1~C3를 구분할 수 있다.

2-3. 비경쟁적 저해제가 기질 농도가 높아지더라도 저해효과는 줄어들지 않는다는 특성이 교과서에 제시되어 있다. 이 부분에 대해 충분히 학습한 학생이라면 백혈구의 과다한 증식을 막기 위해 반응 속도를 늦추는 방법 중 기질의 농도와 관계없이 반응속도를 늦추는 비경쟁적 저해제를 선택할 수 있다.