◆ 문항카드5 (자연계열(의예)_1번 문항)

[한양대학교(서울) 문항정보]

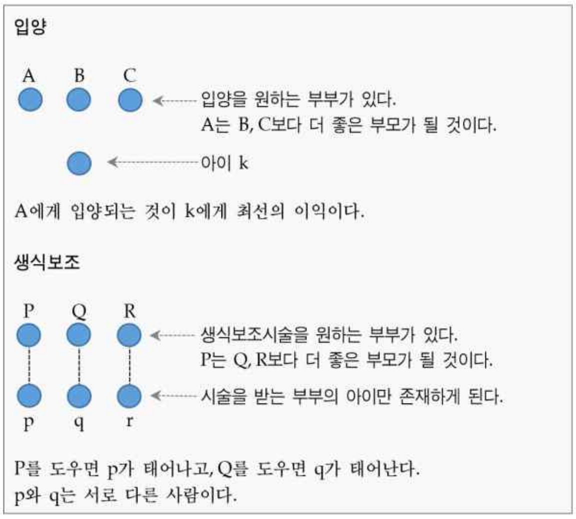
1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(의예)(국어, 도덕) / 문제 1번	
출제 범위	교육과정 과목명	국어과 : 독서, 화법과 작문, 언어와 매체 도덕과 : 생활과 윤리, 윤리와 사상
	핵심개념 및 용어	사실적 읽기, 추론적 읽기, 생명윤리, 공리주의
예상 소요 시간	45분	

2. 문항 및 자료

[문제 1] (가)에서 전개된 논증을 검토하고 그것을 토대로 하여 밑줄 친 글쓴이의 주장에 대한 동의 여부를 밝히고, (나)의 상황에서 의사가 어떻게 해야 할지 판단한 후 그 판단을 뒷받침하는 근거를 제시하시오. (600자, 50점)

(가)



한 아이 k가 있고, 입양을 원하는 부부 A, B, C가 있다고 하자. 그 중 A가 B나 C보다 더 좋은 부모가 될 것으로 믿을 이유가 충분하다면 A에게 입양되었을 때 k가 좋은 삶을 살 가능성이 가장 클 것이고, 이것이 아이에게 최선의 이익일 것이다. 생식보조시술의 경우는 사정이 달라서 비동일성 문제라고 불리는 상황이 발생한다. 불임 클리닉에 도움을 받으러 온 부부 P, Q, R가 있다고 하자. 클리닉이 가진 자원으로는 이 중 한 부부만 도울 수 있고 이들 중 P가 Q나 R보다 더 좋은 부모가 될 것으로 믿을 이유가 충분해서 P를 돕기로 결정한다면, 앞으로 태어날 아이에게 최선의 이익이 되도록 결정한 것인가? 입양할 부부를 결정할 때에는 A~C 중 어느 부부에게서 k가 가장 행복한 삶을 살 것인가를 비교한 것이다. 그러나 생식보조시술의 경우에는 어느 부부를 돕기로 결정하는가에 따라 다른 아이가 태어난다. 이것이 비동일성 상황이다. 이 경우 p를 선택하는 것이 세계를 전체적으로 조금 더 행복하게 만들었다고 말할 수는 있어도, p에게 최선의 이익이 된다는 근거로 정당화되지는 않

는다. p가 존재하는 것이 q나 r에게 최선의 이익일 리가 없으니, 누구에게 최선의 이익이란 말인가?
생식보조술의 초창기에 맨체스터에서 시술 대기 중이던 59세의 한 여성이 나이를 이유로 명단에서 제외되었다. 그는 자비로 이탈리아의 클리닉을 방문하여 아이를 낳았고, 당시 영국 언론은 이 사실을 두고 강한 비판들을 쏟아내었다. 태어날 아이의 이익에 반하는 결정이었다는 비판이 많았다. 그러나 태어나지 않는 편이 그 아이에게 더 좋다는 말인가? 59세의 여성에게서 태어난 아이에게 예상되는 삶은 살 만한 가치가 없을 정도로 비참할 것이라고 생각할 좋은 이유가 있었던 것이 아니라면 이 비판들은 설득력이 없다. 그 아이의 삶이 젊은 여성에게서 태어난 아이의 삶보다 나쁠 것이라는 비판도 있었다. 그러나 이 여성에게서 태어난 아이는 더 젊은 여성의 아이로 존재할 수 없으므로 이것은 비동일성 문제를 이해하지 못한 비판이다. 예컨대, 어떤 부부가 임신을 50세로 미루어서 아이가 어떤 선천성 질환을 갖고 태어났을 때 아이는 임신 지연 때문에 피해를 입은 것이 아니라 그 결정 때문에 존재하게 된 것이다. 이것도 역시 비동일성 상황이다.
비동일성 문제는 의사가 무엇을 해야 할지 결정하는 데 큰 영향을 미친다. 의사가 태아에게 해를 끼칠 수 있는 약을 임신부에게 처방해야 하는 경우, 태아에게 피해가 발생할 수 있음을 근거로 의사는 약 처방을 거부할 수 있다. 그러나 임신 지연의 경우와 같은 비동일성 상황에서는 태어날 아이의 최선의 이익이 고려되지 않았다고 할 수 없으며, 따라서 이러한 상황에서 의사는 환자의 진지한 요구를 거부할 근거가 없다. 비동일성 상황에서 우리의 판단은 어떤 선택이 세상을 전체적으로 더 행복하게 만드는가 하는 공리주의적 복지 극대화 이념에 호소해서 정당화되곤 한다. 그러나 자율적 선택권이 존중되는 사회에서는 개인의 선택이 공리주의적 계산에 우선한다. 어떤 사람도 피해를 입지 않는 경우 개인의 자율적 선택은 사회 전체의 행복의 총량을 극대화한다는 목표에 위배된다는 이유로 무시될 수 없다. 그러므로 비동일성 문제 상황에서 의사는 환자의 선택을 무시해서는 안 된다.

(나)
선천적으로 듣지 못하는 어떤 부부가 있다. 이들은 듣지 못하는 것이 다수의 사람들과 다른 것일 뿐 행복한 삶을 살아가는 데 지장을 주는 것이어서는 안 된다고 생각한다. 이들이 불임 클리닉을 방문했다. 검사 결과 이들의 아이는 부모와 동일하게 듣지 못할 확률이 75%, 그렇지 않을 확률이 25%였다. 체외 수정을 통해 복수의 배아를 만들었고 유전자 검사를 했다. 배아 F는 부모의 특성을 갖고 있지 않았고, 배아 G는 부모와 동일한 특성을 가졌다. 부부는 한 아이를 갖기를 원했고 듣지 못하는 아이가 서로를 이해할 수 있는 환경에서 더 좋은 사람으로 성장할 수 있다고 생각하기 때문에 배아 G를 착상하여 듣지 못하는 아이를 낳고 싶어 한다.

3. 출제 의도

임신 및 출산과 관련하여, 태아 또는 아이에게 최선의 이익이 무엇인가를 판단한다고

말할 때, 흔히 간과되는 중요한 논점이 아이의 동일성이 유지되지 않는 상황에서 아이의 최선의 이익을 비교하는 경우이다. 임산부가 약물을 복용하여 태아가 피해를 입는 경우나 한 아이를 입양하는 부모가 어떤 부모인가에 따라 그 아이의 삶이 어떻게 달라질 것인가를 고려하는 경우에는 태아 또는 아이의 동일성이 유지되는 경우에 대한 판단이다. 그러나, 생식보조술을 어떤 부부에게 시술할 것인지 결정하는 경우나 임신을 지연하여 다른 때에 아이를 갖는 경우, 비교되는 것은 하나의 태아 또는 아이가 어떤 부모를 만날 때 더 또는 덜 행복해지는가 또는 언제 태어나는 것이 더 행복한 삶을 누릴 가능성이 높은가 하는 문제가 아니다. 이 경우에는 비교되는 대상, 즉 행복한 삶을 누릴 주체가 동일하지 않다. 이러한 주제를 수험생이 이해할 수 있는 수준으로 각색하고 제시함으로써 사실적 읽기 능력과 자신의 생각을 논리적으로 전개할 수 있는 사고력을 평가하고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	1. 교육부 고시 제 2015-74호[별책5] "국어과 교육과정" 2. 교육부 고시 제 2015-74호[별책6] "도덕과 교육과정"
관련 성취기준	1. 교과명: 국어

과목명: 독서		관련
성취 기준 1	[12독서02-01] 글에 드러난 정보를 바탕으로 중심 내용, 주제, 글의 구조와 전개 방식 등 사실적 내용을 파악하며 읽는다. [12독서02-01] 이 성취기준은 글을 읽고 중심 내용, 주제, 글의 구조, 글의 전개 방식 등을 파악하는 사실적 독해 능력을 기르기 위해 설정하였다. 사실적 독해는 글에 드러난 정보를 종합하여 글의 표면적 의미를 파악하는 것을 말한다. 이를 위해 내용의 중요도 평정, 중심 내용과 세부 내용의 구분, 각 문단 내용들 사이의 관계 파악, 선정한 내용들의 종합과 재구성 등의 독해 기능을 종합적으로 동원하여 글의 내용을 파악하도록 한다.	제시문 (가) (나)
성취 기준 2	[12독서02-02] 글에 드러나지 않은 정보를 예측하여 필자의 의도나 글의 목적, 숨겨진 주제, 생략된 내용을 추론하며 읽는다.	
성취 기준 3	[12독서03-02] 사회·문화 분야의 글을 읽으며 제재에 담긴 사회적 요구와 신념, 사회적 현상의 특성, 역사적 인물과 사건의 사회·문화적 맥락 등을 비판적으로 이해한다.	
성취 기준 4	[12독서03-03] 과학·기술 분야의 글을 읽으며 제재에 담긴 지식과 정보의 객관성, 논거의 입증 과정과 타당성, 과학적 원리의 응용과 한계 등을 비판적으로 이해한다.	
성취 기준 5	[12독서04-02] 의미 있는 독서 활동에 참여함으로써 타인과 교류하고 다양한 삶의 방식과 세계관을 이해하는 태도를 지닌다.	

과목명: 화법과 작문		관련
성취 기준	[12화작03-01]가치 있는 정보를 선별하고 조직하여 정보를 전달하는 글을 쓴다.	답안 작성

1	[12화작03-01] 이 성취기준은 수집한 정보의 가치를 판단하여 선별, 조직함으로써 정보 전달력이 높은 글을 쓰는 능력을 기르기 위해 설정하였다. 정보의 가치를 판단하는 기준을 정하여 가치 있는 정보를 선별하고 이를 범주화하여 내용을 조직하면 독자가 글의 내용을 이해하고 기억하는 데 도움이 된다는 점을 이해하도록 한다. 그리고 다양한 방법으로 자료를 수집하여 정보를 전달하는 글을 쓰도록 한다.	
성취 기준 2	[12화작03-04]타당한 논거를 수집하고 적절한 설득 전략을 활용하여 설득하는 글을 쓴다. [12화작03-04] 이 성취기준은 독자의 요구, 관심사, 수준 등을 고려하여 논거를 수집하고 조직함으로써 설득력이 높은 글을 쓰는 능력을 기르기 위해 설정하였다. 수집한 논거의 타당성, 신뢰성, 공정성 여부를 판단하고, 주제, 목적, 독자를 고려하여 적절한 설득 전략을 활용하도록 한다.	
성취 기준 3	[12화작03-05] 시사적인 현안이나 쟁점에 대해 자신의 관점을 수립하여 비평하는 글을 쓴다. [12화작03-05] 이 성취기준은 시사 현안이나 쟁점을 여러 관점에서 살펴본 후 자신의 관점을 수립하여 비평문을 쓰도록 함으로써 경험과 사고를 확장하고 논리적, 비판적 사고력을 신장하기 위해 설정하였다. 시사 현안이나 쟁점을 다양한 관점에서 충분히 분석한 후 자신의 관점을 정하고, 그 관점에 따라 의견이나 주장, 견해가 명료하게 드러나도록 글을 쓰게 한다. 그 과정에서 자신이 선택하지 않은 관점의 단점이나 약점, 문제점을 근거를 들어 비판할 수 있다.	과정과 그에 따른 평가
성취 기준 4	[12화작03-06] 현안을 분석하여 쟁점을 파악하고 해결 방안을 담은 건의하는 글을 쓴다.	
성취 기준 5	[12화작04-03] 언어 공동체의 담화 및 작문 관습을 이해하고, 건전한 화법과 작문의 문화 발전에 기여하는 태도를 지닌다. [12화작04-03] 이 성취기준은 언어 공동체의 담화 관습 및 작문 관습이 의미 구성에 관여함을 이해하고, 담화 및 작문의 관습을 고려하여 의사소통하는 자세를 기르기 위해 설정하였다. 언어 공동체의 담화 관습과 작문 관습은 화법과 작문의 방법에 영향을 미칠 뿐 아니라, 화법과 작문 활동에 참여하는 화자나 청자, 필자나 독자의 태도를 해석하는 일정한 기준으로 작용하기도 한다. 한편 언어 공동체의 담화 관습과 작문 관습은 변화하는 것으로, 언어 사용을 통해 삶을 공유한다는 점에서 언어 사용자에게는 바람직한 언어문화를 가꿔야 할 책무가 있음을 이해하고 실천하도록 한다. 특히 진실성과 공손성을 바탕으로 삼는 언어생활을 하도록 안내한다.	

과목명: 언어와 매체		관련
성취 기준 1	[12언매02-05]문장의 짜임에 대해 탐구하고 정확하면서도 상황에 맞는 문장을 사용한다. [12언매02-05] 이 성취기준은 문장 짜임의 탐구에 대한 이전 학년의 성취기준을 심화한 것으로, 문장의 짜임을 탐구하여 정확하고 적절하게 문장을 사용하는 능력을 기르기 위해 설정하였다. 문장은 크게 홑문장과 겹문장으로, 겹문장은 이어진문장과 안은문장으로, 이어진문장은 대등하게 연	답안 작성 과정과 그에 따른 평가

	결된 이어진문장과 종속적으로 연결된 이어진문장으로, 안은문장은 명사절을 가진 안은문장, 관형사절을 가진 안은문장, 부사절을 가진 안은문장, 서술절을 가진 안은문장, 인용절을 가진 안은문장으로 나뉘므로, 이런 다양한 문장을 적절하게 사용할 수 있도록 한다. 비슷한 단어를 사용하여 문장을 만들더라도 홑문장이나 겹문장, 이어진문장이나 안은문장이 문맥에 따라 정확성이나 적절성에서 차이가 있음을 이해하며, 이를 구별해서 담화 특성에 맞게 사용할 수 있는 능력을 기르는 데 중점을 두도록 한다.	
성취기준 2	[12언매02-07]담화의 개념과 특성을 탐구하고 적절하고 효과적인 국어생활을 한다. [12언매02-07] 이 성취기준은 담화의 특성에 대한 이전 학년의 성취기준을 심화한 것으로, 이전 학년에서 배운 담화의 개념과 특성에 대한 이해를 바탕으로 담화의 생산과 수용에 효과적으로 참여하는 태도를 기르기 위해 설정하였다. 담화의 개념, 담화의 구성 요소, 담화의 맥락을 이해하고 담화 생산 및 수용에 활용하는 데 중점을 둔다.	
성취기준 3	[12언매02-09]다양한 사회에서의 국어 자료의 차이를 이해하고 상황에 맞게 국어 자료를 생산한다. [12언매02-09] 이 성취기준은 지역의 차이, 세대나 성별 또는 계층의 차이, 문화적인 차이 등에 따라 언어 사용 양상이 다름을 이해함으로써 상황에 맞는 국어 자료를 생산하는 능력을 기르기 위해 설정하였다. 다양한 방언 자료, 해외에서 생산된 국어 자료, 국어로 번역된 외국 자료 등에 나타나는 언어적인 특성에 주목하도록 한다.	
성취기준 4	[12언매02-11]다양한 국어 자료를 통해 국어 규범을 이해하고 정확성, 적절성, 창의성을 갖춘 국어생활을 한다. [12언매02-11] 이 성취기준은 국어생활을 영위하는 과정에서 지켜야 할 국어 규범에 대한 이해를 심화함으로써 정확한 국어를 사용하는 태도를 기르기 위해 설정하였다. 규범은 언어 사용에서 지켜야 할 기준이 된다는 점에서 정확성을 요구하지만 구어와 문어, 문학어와 일상어, 표준어와 방언, 현실 공간과 가상 공간 등에서 사용의 적절성 수준이 다르다. 규범에 대한 심화된 이해를 통해 언어의 정확성뿐 아니라 적절성과 창의성에 주목하도록 한다.	

2. 교과명: 도덕

과목명: 생활과 윤리		관련
성취기준 1	[12생윤02-01] 삶과 죽음에 대한 다양한 윤리적 문제를 인식하고, 이에 대한 여러 윤리적 입장을 비교·분석하여, 인공임신중절·자살·안락사·뇌사의 문제를 자신이 채택한 윤리적 관점으로 설명할 수 있다. [12생윤02-01] 이 성취기준의 취지는 삶과 죽음, 생명, 성과 관련된 윤리 문제에 대해 다양한 윤리 이론을 적용하여 자신의 관점을 정립하고, 관련 윤리 문제를 비판적으로 성찰하여 올바른 윤리관을 형성하는 것이다. 학생들은 학습 과정에서 삶과 죽음에 대한 다양한 윤리적 문제를 인식하고, 이에 대한 여러 윤리적 입장을 비교·분석하여, 인공임신중절·자살·안락사·뇌사의 문제를 자신이 채택한 윤리적 관점으로 설명할 수 있어야 한다.	제시문 (가) (나)
성취	[12생윤02-02] 생명의 존엄성에 대한 여러 윤리적 관점을 비교·분석하고,	

	기준 2	생명 복제, 유전자 치료, 동물의 권리문제를 윤리적 관점에서 설명하며 자신의 관점을 윤리 이론을 통해 정당화할 수 있다.	

	과목명: 윤리와 사상	관련
성취 기준 1	[12윤사03-06] 의무론과 칸트의 정언명령, 결과론과 공리주의의 특징을 비교하여 각각의 윤리사상이 갖는 장점과 문제점을 파악할 수 있다.	제시문 (가) (나)

나) 자료 출처

교과서 외

자료명(도서명)	작성자 (저자)	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
생활과 윤리	변순용 외	천재교과서	2020	49-50	제시문(가) 제시문(나)	○
생활과 윤리	정창우 외	미래엔	2020	48-49	제시문(가) 제시문(나)	○
윤리와 사상	변순용 외	천재교과서	2020	141-144	제시문(가)	○
윤리와 사상	정창우 외	미래엔	2020	147-150	제시문(가)	○
Reasons and Persons	Derek Parfit	Oxford	1984	351-380	제시문(가)	○
의료 윤리	마이클 던, 토니 호프	교유서가	2020	79-92	제시문(가) 제시문(나)	○

5. 문항 해설

임신 및 출산과 관련하여, 태아 또는 아이에게 최선의 이익이 무엇인가를 판단한다고 말할 때, 흔히 간과되는 중요한 논점이 아이의 동일성이 유지되지 않는 상황에서 아이의 최선의 이익을 비교하는 경우이다. 임산부가 약물을 복용하여 태아가 피해를 입는 경우나 한 아이를 입양하는 부모가 어떤 부모인가에 따라 그 아이의 삶이 어떻게 달라질 것인가를 고려하는 경우에는 태아 또는 아이의 동일성이 유지되는 경우에 대한 판단이다. 그러나, 생식보조술을 어떤 부부에게 시술할 것인지 결정하는 경우나 임신을 지연하여 다른 때에 아이를 갖는 경우, 비교되는 것은 하나의 태아 또는 아이가 어떤 부모를 만날 때 더 또는 덜 행복해지는가 또는 언제 태어나는 것이 더 행복한 삶을 누릴 가능성이 높은가 하는 문제가 아니다. 이 경우에는 비교되는 대상, 즉 행복한 삶을 누릴 주체가 동일하지 않다.

제시문 (가)는 이처럼 동일성이 유지되지 않는 경우 어떤 아이의 삶이 가장 행복할지를 판단하는 것은 특정한 하나의 존재에 대해 판단하는 것이 아니라는 점을 세밀하게 지적하고, 이 경우 '최선의 이익'의 주체는 특정한 아이가 아니라 사회 전체일 수밖에 없다고 논증한다. 여러 부부들 중에서 특정 부부에게 생식보조술을 시술하기로 결정하거나 여성의 임신 시기를 결정하는 것은 어떤 결정이 사회 전체의 행복을 더 크게 하는 결정인지를 판단하는 공리주의적 판단이라는 것이다.

중요한 점은, 동일성이 유지되지 않는 상황에서는 어떤 선택이나 결정이 특정한 존재에게 피해를 입히지 않는다는 점이다. 임신 시기를 늦춤으로써 늦은 시기에 태어나게 된 아이는 자신이 더 일찍 태어났더라면 살게 되었을 삶과 지금 태어나서 살게 되는 삶을 비교하여 자신이 피해를 입었다고 주장할 수 없다. 어머니가 일찍 임신하기로 결정하였더라면 태어났을 아이는 다른 아이였을 것이기 때문이다. 그러므로, 동일성이 보존되지 않는 상황에서 어떤 부부가 또는 여성이 어느 시기에 임신을 하기로 결정할 경우 그 결정에 의해서 피해를 입은 아이는 존재하지 않는 셈이며, 이런 경우에 태어나게 될 아이가 장애를 갖거나 어려움을 겪게 될 가능성이 높다고 하더라도 그 부부 또는 그 여성의 그러한 결정은 자율적 선택의 영역에 속하는 것으로서 존중되어야 한다고 글쓴이는 주장한다. 개인의 자율적 선택권이 존중되어야 하는 가치라는 것은, 그것이 공리적 계산에 의해서 무시되어서는 안 된다는 것을 수반한다. 그러므로, 이 경우 개인의 선택은 태어날 아이의 행복을 거론하거나 사회 전체의 행복의 정도를 거론하는 것으로 무시할 수 없다. 의료 서비스의 제공자인 의사라고 해도 마찬가지다. 그러므로, 이 경우 의사는 환자의 결정을 무시할 수 없다. 이것이 제시문 (가)에서 글쓴이가 펴는 논증이다.

이 문제에 대한 답은 크게 두 부분으로 이루어지게 된다. 첫째는 (가)에서 전개된 논증을 검토하고 그것을 바탕으로 글쓴이의 주장에 대한 동의 여부를 결정해야 한다. 논증의 검토 결과 수험생은 (1) 비동일성 문제 상황을 이해해야 한다. 특히, 동일성이 유지되는 상황과 동일성이 변동되는 (비동일성) 상황의 차이를 이해해야 한다. 또 수험생은 (2) 비동일성 상황에서 '최선의 이익'을 귀속시킬 하나의 아이가 존재하지 않으므로 이 경우 행복의 비교란 사회 전체의 복지 비교가 된다는 점, 즉 선택이 개인의 행복권에 대한 고려에 기반할 수 없고 공리주의적 고려에만 기반할 수 있다는 점을 이해해야 한다. 또한 수험생은 (3) 자율적 선택권이 존중되는 사회에서 개인의 선택이 공리주의적 계산에 우선한다는 글쓴이의 주장을 이해하고 동의/부동의를 결정해야 한다. 시험 상황에서 이점을 명시적으로 수행하기는 쉽지 않으므로, 이점에 주목하는 정도로도 충분한 이해를 보였다고 할 수 있다. 다음으로 수험생은 (4) 비동일성 문제 상황에서 의사는 환자의 선택을 무시해서는 안 된다는 글쓴이의 주장에 대한 동의/부동의를 결정해야 한다. 특히, 이 결정을 (1)~(3)에서 언급한 논증에 대한 이해에 기반하여 제시해야 한다.

답변의 두 번째 부분은 (나) 상황에서 의사의 행위가 어떠해야 하는지 판단하고 그 판단을 정당화하는 부분이다. 여기서 수험생은 (5) 이 상황이 비동일성 문제 상황임을 이해해야 하며, 따라서 (6) 배아 F와 배아 G의 선택이 F나 G의 최선의 이익의 고려에 의해 정당화되지 않는다는 것을 이해해야 한다. 따라서 이 경우 선택은 공리주의적으로만 정당화된다. 따라서 수험생의 답변은 이 상황에서 (가)의 주장에 동의하였는지 부동의하였는지에 따라서 달라지게 된다. (7) (가)의 주장에 동의하였을 경우, 수험생은 의사가 이 부부의 바람에 동의하여 G를 착상하여야 한다고 판단하고, 왜 그런지 설명하여야 한다. 이 설명은 (가)에 대한 (5)와 (6)에 대한 이해에 더하여 (3)에 대한 동의/부동의와 관련된다. (8) (가)의 주장에 부동의하였을 경우, 수험생은 (5)와 (6)에 더하여 (3)에 대한 반대 입장을 취할 수도 있고, 또는 생식보조의 상황에서 개인의 자율적 선택이란 것이 한 사람의 인명을 존재하게 하는 것이므로 부모라 해도 태어날 자식을 자신의 취향에 따라 선택할 수 없다는 입장을 취할 수도 있을 것이다. 이 부분도 수험생이 짧

은 시간에 생각해내기 쉽지 않을 것으로 생각된다.

이 문제가 갖는 채점시 유의할 점은 수험생이 (가)의 밑줄 친 주장에 대한 동의/부동의 여부를 밝히고 (나)의 상황에서 의사가 어떻게 해야 하는가에 대한 판단을 내리는 데 있어서 일관된가 하는 점이다. 질문의 두 부분에 대하여 수험생이 취할 수 있는 답변은 다음 네 가지 경우가 가능하다:

수험생의 판단	(가)의 밑줄 친 주장에 동의	(나)의 부부에게 동의	Ⓐ
		(나)의 부부에게 부동의	Ⓑ
	(가)의 밑줄 친 주장에 부동의	(나)의 부부에게 동의	Ⓒ
		(나)의 부부에게 부동의	Ⓓ

Ⓐ: (가) 글의 설득력을 생각할 때, (가)를 이해하고 그 논리적 귀결을 그대로 받아들일 때 채택하게 되는 경우. 그러나 (나)의 부부에 동의하는 것이 통상적인 도덕적 직관과 충돌하는 점이 있기 때문에 이 점을 고찰하고 해명하는 것이 이 유형의 핵심. 논리적 일관성을 유지하기는 쉬우나 평소의 도덕적 직관에 비추어 수용하기 어렵다. 이 유형을 택하는 수험생의 경우, 위에서 열거한 (1)~(8)의 사항들에 대한 이해의 정도와 논증 구성의 설득력에 따라 평가가 가려질 것임.
Ⓑ: 깊이 있는 이해에 도달하지 못하고 선택하는 경우, 많은 수험생이 이 유형의 선택을 할 것으로 예상됨. 이러한 답변 노선은 일관성을 유지하기가 거의 불가능할 것. (가)에 동의한다면 의사가 환자의 선택을 무시해서는 안 되는데, (나)에서 환자는 듣지 못하는 아이를 선택하고 있다. 그러므로 (나)의 부부의 선택을 인정하지 않는 것은 앞뒤가 안 맞는다. 이 경우에는 '무시한다'거나 '낳고 싶어 한다'는 표현을 의도된 의미가 아닌 다른 의미로 해석하는 것 말고는 일관성을 유지할 방법이 없는 것으로 보인다. 따라서 이러한 노선을 취하는 답안의 경우 '글의 전개 및 구성'에서 큰 감점(10~20점)을 면할 수 없음.
Ⓒ: 두 가지 선택에서 모두 어려운 편을 택한 경우에 해당됨. 어려운 선택이기는 하지만 답변을 일관되게 전개할 수 있다. 다만, 이 경우 (가)의 논증을 이해하면서도 그에 대하여 어떤 식으로든 반론을 펴고 있어야 하므로, 수험생으로서는 앞의 경우보다 글을 전개하기 더 어려우리라고 생각된다. 그러나 예컨대 공리주의 원칙을 고수하는 사람이라면 동일성이 유지되는 상황이건 비동일성 상황에서건 사회 전체의 행복의 극대화가 궁극의 기준이라고 생각할 수 있을 것, 또는 개인의 자율적 선택이 그 선택에 의해 누가 존재하는지 결정되는 경우에는 개인의 판단에 맡겨둘 수 없다는 논변도 매우 훌륭한 대응일 것. 이런 전제를 바탕으로 부모라 해도 아이의 특성을 마음대로 결정할 수 없다고 주장할 수 있다. 두 경우 모두 (가)에 대해 부동의 하겠지만, (나)의 상황에서 의사는 부부가 바라는 대로 행동해야 한다고 답할 수 있음.
Ⓓ: (가)의 글쓴이의 주장에 반대하고, (나)의 부부의 바람에 대해서도 반대하는 입장. 역시 일관된 답변이 가능한 입장이다. 이 경우에도 (가)의 논증에 반대하기 위해서는 Ⓒ의 경우와 마찬가지로 반론을 전개할 수 있어야 한다. 그러면서도, (나)의 경우에는 부부의 바람에 동의하는 것인데, 이것은 듣지 못하는 데 대한 부부의 견해에 공감해서

그럴 수도 있고, 그 아이가 태어나는 것이 비장애 아이가 태어나는 것보다 공리주의적 관점에서 사회 전체의 행복 총량 관점에서 못하지 않을 것이라고 논증할 수도 있다. 이러한 길을 선택하면서 이해가 충실하고 논증이 어느 정도 설득력을 갖춘 답안은 매우 우수한 답으로 평가될 것임.

되풀이되는 말이지만, (가)에 대해 부동의하기 위해서는 공리주의 원칙을 고수하거나, 아니면, 아이를 낳는 상황과 같은 인간 존재와 관련된 상황에서는 개인의 자율적 선택이 제한 없이 보장되어야 하는 것은 아니라고 주장하는 등, 다소 어려운 논변을 펼쳐야 하는데, 시험 상황에서 이런 종류의 논변을 무난하게 전개해 나가기란 쉽지 않아 보이며, 이런 점에서 (가)에 부동의 하는 답변을 상당한 수준으로 제시한 경우에는 높은 평가를 받을 만한 답변일 것임.

한편, 배아가 인간으로서의 온전한 윤리적 지위를 누린다고 생각하면 (나)의 상황에 대한 이해는 문제가 요구하는 것과 차이를 보이게 된다. 이 경우, (나)의 부부와 의사는 어떤 하나의 배아를 선택하든 도덕적 잘못을 범하는 셈이 된다. 따라서, 배아의 도덕적 지위에 기반하여 답변하려는 시도는 문제의 요구에 부응하기 어려움.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준		배점
	영역	항목과 핵심 내용	
	문장 및 표현	• 단어의 구사 및 표현들의 사용은 적절한가 • 문장은 어법에 맞고 의미상 정확한가	빈도와 정도에 따라 감점 ※
	글의 전개 및 구성	• 글의 흐름 및 논리 전개는 자연스러운가 • 글 전체는 한 편의 정합적이고 통일된 의미를 이루는가	
	제재의 이해	• 비동일성 문제를 이해하고 있는가 • 비동일성 상황에서 도덕적 판단이 특정 개인에게 최선의 이익이 되는 것이라는 개념보다 사회 전체의 복지의 최대화라는 공리주의적 판단임을 이해하는가 • 자율적 선택권과 공리 계산이 일치하지 않을 수 있고, 그런 상황에서 우선권 문제가 있을 수 있다는 점에 대한 이해에 도달하고 있는가 • 비동일성 상황에서 환자의 자율적 선택을 의사가 거부할 수 없다는 글쓴이의 논지를 이해하였는가	50%
	근거의 합당성 및 논증의 설득력	• (가)의 글쓴이의 논지에 대한 동의/부동의가 글쓴이의 논변에 대한 충실한 검토에 기반하고 있는가? • (가)의 논지에 대한 동의/부동의의 입장이 (나) 상황에서 의사의 행위에 대한 판단과 그 정당화 과정에서 일관되게 유지되고 있는가 • 판단에 대한 뒷받침이 (가)에 대한 충실한 이해에 기반하고 있는가 • 자신의 판단 및 그에 대한 뒷받침 논증이 설득력 있는가	50%

※ 감점 사항

1. 내용 상의 감점: 어법 및 글의 구성

문장 및 표현	– 단어의 구사 및 표현들의 사용은 적절한가 – 문장은 어법에 맞고 의미상 정확한가	빈도와 정도에 따라 1~10점 감점
구성과 전개	– 글의 흐름 및 논리 전개는 자연스러운가 – 글 전체는 한 편의 정합적이고 통일된 의미를 이루는가	정도에 따라 1~20점 감점

2. 형식상의 감점

분량	750자 초과	650자~750자	550자~650자	500자~550자	450자~500자	400자~450자	400자 미만
	4점 감점	2점 감점	감점 없음	2점 감점	4점 감점	6점 감점	8점 감점

7. 예시 답안 혹은 정답

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

(가)에서 예시로 든 생식보조시술의 상황에서는 비동일성 문제가 발생한다. 서로 다른 부부에게서 다른 아이가 태어나기 때문에 누구에게 최선의 이익일지 확정할 수 없다. (가)에 의하면 근운이의 주장은 타당하다. 비동일성 문제가 발생한 상황일 때 의사가 최선의 이익은 누구로 판단의 요구를 거부할 수 없기 때문이다. 비동일성 문제가 발생했을 때 의사는 사회의 행복을 증가시키는지 여부만을 고려하여 환자에게 조언을 할 수밖에 없다. 그러나 환자에게는 사회 전체의 행복보다는 개인의 자율적인 선택이 더 중요하므로 의사는 환자의 요구사항을 반영할 의무가 있다.

(나)에서 듣지 못하는 선천적인 장애를 지닌 부부가 듣지 못하는 아이를 낳을지 들을 수 있는 아이를 낳을지 선택하는 상황이다. (나)에서 의사는 부부에게 선천적인 장애를 지닌 아이가 겪게 될 불편함을 이야기하여 조언을 할 수는 있지만 결과적인 판단은 부부에게 맡겨야 한다. (나)의 상황은 비동일성 문제를 갖고 있다. 부부가 어떤 배아를 선택하는지에 따라 다른 아이가 태어나므로 어떤 선택이 최선의 이익을 주는지 확정할 수 없다. 귀가 들리는 아이가 태어나는 것이 사회 전체로 보았을 때 이득일 수는 있지만 이 것이 부부의 자율적인 선택보다 더 중요한 가치일 수는 없다.

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨

◆ 문항카드6 (자연계열(의예)_2번 문항)

[한양대학교(서울) 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(의예)(수학) / 문제 2번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	지수함수와 로그함수의 미분, 합성함수의 미분법, 연속함수의 성질, 수열의 극한, 부분적분법, 포물선, 함수의 그래프의 개형
예상 소요 시간	45분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 최댓값과 최솟값을 갖는다.

<나> 연속함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 $f(x) \le g(x)$를 만족시키면 $\int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$가 성립한다.

<다> 수렴하는 두 수열 $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\alpha_n = \lim_{n\to\infty}\beta_n = L$일 때, 수열 $\{\gamma_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\alpha_n \le \gamma_n \le \beta_n$이면, 수열 $\{\gamma_n\}$은 수렴하고 $\lim_{n\to\infty}\gamma_n = L$이다.

<라> 함수 $h(x) = x(x^2-16)(x+\sqrt{x^2-16})-8(2x^2-5)$ (단, $x \ge 4$)는 열린구간 $(4,\infty)$에서 증가하고, $h(x)=0$이면 $x=5$이다.

1. 다항함수 $p(x)$를 다음과 같이 일차식 n개의 곱으로 정의한다.

$$p(x) = (1+x)(1+2x)\cdots(1+nx)$$

이때 $p''(0)$을 n에 대한 식으로 표현하시오.

2. 자연수 n에 대하여 $c_n = (n-2022)\int_0^1 x^n\{e^x + x\ln(x+1) + x^2\cos^{2022}\pi x\}dx$일 때, 극한값 $\lim_{n\to\infty} c_n$을 구하시오.

3. 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 $\mathrm{A}\left(\frac{k^2}{4}, k\right)$를 중심으로 하고 점 $\mathrm{F}(1,0)$과 점 $\mathrm{B}(-1,k)$를 지나는 원을 C라 하자. 어떤 양수 k_0에 대하여 $0 \le k < k_0$이면 원 C와 포물선 $y^2=4x$는 서로 다른 두 점에서 만나고, $k > k_0$이면 원 C와 포물선 $y^2=4x$는 서로 다른 네 점에서 만난다. 이때 k_0의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

자연계열 의예과 [문제 2]는 고등학교에서 고교과정의 수학을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제들로 구성되었으며, 모든 교과서에서 공통으로 다루는 내용을 바탕으로 출제되었다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	**학습내용 성취 기준**
문제 2-1	미적분- (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. 미적분- (2) 미분법 - 2 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다.
문제 2-2	수학II - (1) 함수의 극한과 연속 - 2 함수의 연속 [12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 미적분 - (1) 수열의 극한 - 1 수열의 극한 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다. 미적분 - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 2-3	기하 - (1) 이차곡선 - 1 이차곡선 [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. 미적분 - (2) 미분법 - 3 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	이준열 외	천재교육	2018	146~152
	수학II	황선욱 외	미래앤	2018	35~39
	수학II	이준열 외	천재교육	2018	35~40

	미적분	류희찬 외	천재교과서	2019	18~23, 151~154
	미적분	고성은 외	좋은책 신사고	2019	15~22, 137~139
	기하	이준열 외	천재교육	2019	11~15
	기하	김원경 외	비상교육	2019	11~15

5. 문항 해설

문항 1은 로그함수의 성질, 합성함수의 미분법과 수열의 합을 이용하여 주어진 다항식의 이계도함수 값을 계산해낼 수 있는지를 묻는다.

문항 2는 최대·최소 정리, 정적분의 성질, 극한의 대소 관계 및 부분적분법을 활용하여 주어진 극한값을 계산할 수 있는지를 묻는다.

문항 3은 포물선의 정의를 알고 주어진 문제를 해결하기 위한 함수를 잘 구할 수 있는지, 도함수를 이용하여 함수의 그래프의 개형을 파악한 뒤 문제의 답을 제시할 수 있는지를 묻는다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준		배점
1	로그함수와 미분법을 활용하여 $p''(0)$를 $p(0)$, $p'(0)$과 적절히 연관지었는가?	20	30
	$p''(0)$를 n에 대한 다항식으로 정확하게 나타내었는가?	10	
2	부분적분법을 적용하여 c_n을 나타내었는가?	10	30
	극한값 $\lim_{n\to\infty} c_n$을 적절히 구했는가?	20	
3	원 C의 방정식에 $x=\dfrac{y^2}{4}$를 대입하여 y에 대한 다항식을 구했는가?	10	40
	도함수를 활용하여 윗 다항식의 그래프의 개형을 잘 파악하였는가?	10	
	양수 k_0의 값을 적절히 구했는가?	20	

7. 예시 답안 혹은 정답

1. 먼저 $p(0)=1$임과 $x>-\dfrac{1}{n}$의 범위에서 $p(x)$가 양수임은 쉽게 알 수 있다. 이제 $x=0$을 포함하는 $x>-\dfrac{1}{n}$의 범위로 $p(x)$의 정의역을 제한하면 아무 문제없이

$\ln\ p(x)$를 생각할 수 있고, $\ln p(x)=\sum_{k=1}^{n}\ln(1+kx)$를 얻는다.

양변을 미분하면

$\dfrac{p'(x)}{p(x)}=\sum_{k=1}^{n}\dfrac{k}{1+kx}$ 이므로 $p'(0)=\sum_{k=1}^{n}k=\dfrac{n(n+1)}{2}$를 얻는다.

다시 한 번 위 식에서 양변을 미분하면

$\dfrac{p''(x)}{p(x)}-\dfrac{\{p'(x)\}^2}{\{p(x)\}^2}=-\sum_{k=1}^{n}\dfrac{k^2}{(1+kx)^2}$이므로 $p''(0)=\{p'(0)\}^2-\sum_{k=1}^{n}k^2$을 얻는다.

따라서

$$\begin{aligned} p''(0) &= \frac{n^2(n+1)^2}{4}-\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ &= \frac{n(n+1)(n-1)(3n+2)}{12} \end{aligned}$$

답: $\dfrac{n(n+1)(n-1)(3n+2)}{12}$

2. $q(x)=e^x+x\ln(x+1)+x^2\cos^{2022}\pi x$라 하면, 함수 $q(x)$는 닫힌구간 $[0,1]$을 포함하는 열린구간에서 연속인 도함수 $q'(x)$를 갖는다. 제시문 <가>에 의하여 $q'(x)$는 닫힌구간 $[0,1]$에서 최댓값과 최솟값을 갖는다. 이 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 하면 닫힌구간 $[0,1]$에서

$$m\le q'(x)\le M \quad \ldots\ldots ㉠$$

한편 부분적분법을 적용하면

$$\begin{aligned} c_n &= (n-2022)\int_0^1 x^n q(x)\,dx \\ &= \frac{n-2022}{n+1}\left(\left[x^{n+1}q(x)\right]_0^1-\int_0^1 x^{n+1}q'(x)dx\right) \\ &= \frac{n-2022}{n+1}\left(q(1)-\int_0^1 x^{n+1}q'(x)dx\right) \end{aligned}$$

㉠과 제시문 <나>에 의하여

$$\frac{m}{n+2}=m\int_0^1 x^{n+1}dx\le\int_0^1 x^{n+1}q'(x)dx\le M\int_0^1 x^{n+1}dx=\frac{M}{n+2}$$

따라서

$$\frac{(n-2022)m}{(n+1)(n+2)}\le\frac{n-2022}{n+1}\int_0^1 x^{n+1}q'(x)dx\le\frac{(n-2022)M}{(n+1)(n+2)}$$

이고 제시문 <다>에 의하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n-2022}{n+1}\int_0^1 x^{n+1}q'(x)dx=0$$

그러므로 $\lim_{n\to\infty} c_n = q(1) = e + \ln 2 + \cos^{2022}\pi = e + \ln 2 + 1$

답: $e + \ln 2 + 1$

3. 원 C의 방정식 $\left(x - \frac{k^2}{4}\right)^2 + (y-k)^2 = \left(\frac{k^2}{4} + 1\right)^2$

에 $x = \frac{y^2}{4}$를 대입하여 정리하면 $y^4 + 2(8-k^2)y^2 - 32ky + 8(k^2-2) = 0$

$$r(y) = y^4 + 2(8-k^2)y^2 - 32ky + 8(k^2-2)$$

이라고 하자. 함수 $r(y)$의 도함수를 구하면

$$r'(y) = 4y^3 + 4(8-k^2)y - 32k = 4(y-k)(y^2+ky+8) \ \ .... \ ㉡$$

k의 값에 따른 방정식 $r(y)=0$의 서로 다른 근의 개수는 다음과 같다.

경우 1) $0 \le k < 4\sqrt{2}$

열린구간 $(-\infty, \infty)$에서 $y^2 + ky + 8 > 0$이다. 따라서 함수 $r(y)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

y	$\cdots$	k	$\cdots$
$r'(y)$	$-$	0	$+$
$r(y)$	$\searrow$	$-(k^2+4)^2 < 0$	$\nearrow$

$r(y)=0$은 서로 다른 두 근을 갖는다.

경우 2) $k = 4\sqrt{2}$

$r'(y) = 4(y-4\sqrt{2})(y+2\sqrt{2})^2$이므로 함수 $r(y)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

y	$\cdots$	$-\frac{k}{2} = -2\sqrt{2}$	$\cdots$	$k = 4\sqrt{2}$	$\cdots$
$r'(y)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$r(y)$	$\searrow$	$r\left(-\frac{k}{2}\right) > r(0) = 24$	$\searrow$	$-1296 < 0$	$\nearrow$

$r(y)=0$은 서로 다른 두 근을 갖는다.

경우 3) $k > 4\sqrt{2}$

㉡으로부터

$$r'(y) = 0\text{이면 } y = k,\ \frac{1}{2}\left(-k \pm \sqrt{k^2-32}\right)$$

$c=\frac{1}{2}\left(-k-\sqrt{k^2-32}\right)$, $d=\frac{1}{2}\left(-k+\sqrt{k^2-32}\right)<0$이라 하고, 함수 $r(y)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

y	$\cdots$	c	$\cdots$	d	$\cdots$	k	$\cdots$
$r'(y)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$r(y)$	$\searrow$	$r(c)$	$\nearrow$	$r(d)>r(0)$ $=8(k^2-2)>$	$\searrow$	$-(k^2+4)^2<$	$\nearrow$

또한 ㉡으로부터 $c^3=8k-(8-k^2)c$, $c^2+kc+8=0$
따라서 제시문 <라>를 이용하면

$$\begin{aligned} r(c) &= 8kc-(8-k^2)(kc+8)-32kc+8(k^2-2) \\ &= k(k^2-32)c+16(k^2-5)=-2h\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned}$$

한편, $r(c)>0$이면, 즉, $h\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)<0$이면, 방정식 $r(y)=0$은 서로 다른 두 개의 근을 갖고, $r(c)<0$이면, 즉 $h\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)>0$이면, 방정식 $r(y)=0$은 서로 다른 네 개의 근을 갖는다.
제시문 <라>에 의하여 $k<5\sqrt{2}$이면 $r(y)=0$은 서로 다른 두 개의 근을 갖고, $k>5\sqrt{2}$이면 $r(y)=0$은 서로 다른 네 개의 근을 갖는다.
원 C와 포물선 $y^2=4x$의 서로 다른 교점의 개수는 방정식 $r(y)=0$의 서로 다른 근의 개수와 같으므로, 구하는 양수 k_0는 $5\sqrt{2}$이다.

답: $5\sqrt{2}$

◆ 문항카드7 (자연계열(오전)_1번 문항)

[한양대학교(서울) 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(오전)(수학) / 문제 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	평면, 이면각, 정사영, 두 직선의 위치관계, 삼각함수, 삼수선의 정리, 삼각함수의 덧셈정리
예상 소요 시간	45분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

> 공간에서 두 평면 α와 β의 교선을 l이라 하고, 두 평면이 이루는 각의 크기를 $\theta\,(0<\theta<\frac{\pi}{2})$라고 하자.

1. 평면 α 위에 삼각형 ABC가 있다. $\overline{AB}=\overline{AC}=1$이고 각 A는 직각이며 선분 BC는 직선 l과 평행할 때, 선분 AB의 평면 β 위로의 정사영의 길이를 구하시오.

2. 평면 α 위에 점 P와 Q가 있다. $\overline{PQ}=1$이고 직선 PQ가 직선 l과 이루는 각의 크기를 t라고 할 때, 선분 PQ의 평면 β 위로의 정사영의 길이를 구하시오.

3. 평면 α 위에 한 변의 길이가 1인 정삼각형 RST가 있고 이 삼각형의 평면 β 위로의 정사영을 삼각형 R′S′T′이라고 하자. $\cos\theta=\frac{3}{\pi}$일 때, $\overline{R'S'}^2+\overline{S'T'}^2+\overline{T'R'}^2$의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

자연계열 오전 [문제 1]은 고등학교에서 고교과정의 수학을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제들로 구성되었으며, 모든 교과서에서 공통으로 다루는 내용을 바탕으로 출제되었다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
문제 1-1	수학I - (2) 삼각함수 - [2] 수열의 합 - [1] 삼각함수 [12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. 기하 - (3) 공간도형과 공간좌표 - [1] 공간도형 [12기하03-03] 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.
문제 1-2	기하 - (3) 공간도형과 공간좌표 - [1] 공간도형 [12기하03-02] 삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 기하 - (3) 공간도형과 공간좌표 - [1] 공간도형 [12기하03-03] 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.
문제 1-3	미적분 - (2) 미분법 - [1] 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. 기하 - (3) 공간도형과 공간좌표 - [1] 공간도형 [12기하03-03] 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅰ	김원경 외	비상	2018	65~92
	기하	황선욱 외	미래엔	2019	133~134
	기하	김원경 외	비상	2018	118~119
	미적분	고성은 외	신사고	2018	58~62
	미적분	황선욱 외	미래엔	2019	63~67

5. 문항 해설

문항1. 교선과 이루는 각도가 45도 인 선분의 정사영의 길이를 직각 이등변 삼각형을 이용하여 구하도록 묻고 있다. cosine의 정의를 이용하여 구할 수 있다.

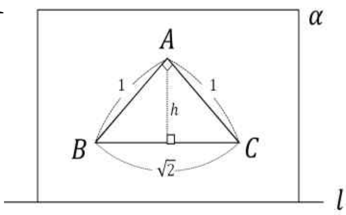
문항2. 선분의 정사영의 길이를 구하는 문제이다. 문항1에서 좀 더 일반화된 문제로 직각 삼각형을 이용하여 구할 수 있다.

문항3. 정삼각형의 정사영의 변들의 길이의 합을 구하는 문제이다. 문항 2에서 얻어진 결과와 삼각함수 덧셈정리를 이용하여 구할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
1	선분 $\mathrm{A'B'}$의 길이를 정확히 구했는가?	10	30
	길이를 구하는 과정이 명료하게 기술되었는가?	20	
2	선분 $\mathrm{A'B'}$의 길이를 정확히 구했는가?	10	30
	길이를 구하는 과정이 명료하게 기술되었는가?	20	
3	삼각형의 정사영의 변들의 제곱의 합을 정확히 구했는가?	10	40
	요구한 값을 구하는 과정이 타당한가?	30	

7. 예시 답안 혹은 정답

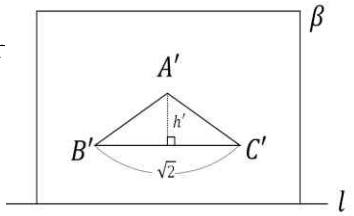


1.삼각형 ABC의 평면 β로의 정사영을 $\mathrm{A'B'C'}$이라고 하고 h와 h'을 각각 삼각형 ABC와 $\mathrm{A'B'C'}$의 높이라고 하면

$$h = (\text{삼각형ABC의높이}) = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$h' = (\text{삼각형A}'\text{B}'\text{C}'\text{의높이}) = h \cdot \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta$$

$$\overline{\mathrm{A'B'}} = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos^2\theta} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1+\cos^2\theta}\text{ 이다.}$$



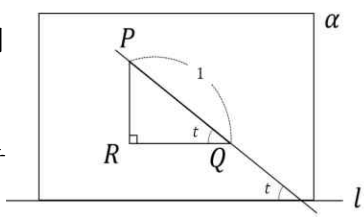
2. 선분 PQ를 가장 긴 변으로 하고 다음과 같은 성질을 만족하는 평면 α위의 직각삼각형 PRQ를 생각한다.

- 직선 PR과 직선 l은 수직이다.
- 직선 RQ와 직선 l은 평행이다.

이 때, $\angle \mathrm{Q} = t$, $\overline{\mathrm{PR}} = \sin t$, $\overline{\mathrm{RQ}} = \cos t$이다. 삼각형 PQR의 평면 β위로의 정사영을 $\mathrm{P'Q'R'}$이라고 하면 이 삼각형은 $\angle \mathrm{R'} = 90^\circ$인 직각삼각형이다. 따라서

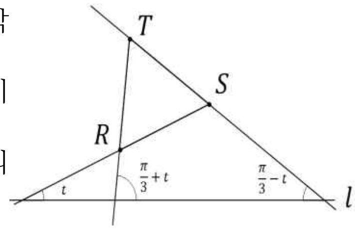
$\overline{\mathrm{P'R'}} = \sin t\cos\theta$, $\overline{\mathrm{R'Q'}} = \cos t$이므로

$\overline{\mathrm{P'Q'}} = \sqrt{\sin^2 t\cos^2\theta + \cos^2 t}$ 이다.



3. 점 R, S, T중 직선 l에 가장 가까운 점을 R이라고 하자. 이제 직선 RS가 직선 l과

이루는 각을 t라고 하면 직선 TS가 직선 l과 이루는 각은 $\dfrac{\pi}{3}-t$이고, 직선 RT가 직선 l과 이루는 각은 $\dfrac{\pi}{3}+t$이다. 문제 2의 식을 적용하면 삼각형 $\mathrm{R'S'T'}$의 각 변의 길이의 제곱은 다음과 같다.



$$\overline{\mathrm{R'S'}}^2=\sin^2 t\cos^2\theta+\cos^2 t$$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{T'S'}}^2&=\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-t\right)\cos^2\theta+\cos^2\left(\frac{\pi}{3}-t\right)\\&=\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos t-\cos\frac{\pi}{3}\sin t\right)^2\cos^2\theta+\left(\cos\frac{\pi}{3}\cos t+\sin\frac{\pi}{3}\sin t\right)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{R'T'}}^2&=\sin^2\left(\frac{\pi}{3}+t\right)\cos^2\theta+\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+t\right)\\&=\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos t+\cos\frac{\pi}{3}\sin t\right)^2\cos^2\theta+\left(\cos\frac{\pi}{3}\cos t-\sin\frac{\pi}{3}\sin t\right)^2\end{aligned}$$

이 세 값을 더하면

$\overline{\mathrm{R'S'}}^2+\overline{\mathrm{T'S'}}^2+\overline{\mathrm{R'T'}}^2=\dfrac{3}{2}\cos^2\theta+\dfrac{3}{2}$이다.

$\cos\theta=\dfrac{3}{\pi}$을 대입하면 답은 $\dfrac{3}{2}\times\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^2+\dfrac{3}{2}=\dfrac{27+3\pi^2}{2\pi^2}$ 이다.

◆ 문항카드8 (자연계열(오전)_2번 문항)

[한양대학교(서울) 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(오전)(수학) / 문제 2번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 확률과 통계, 미적분
	핵심개념 및 용어	표본평균의 분포, 정규분포, 로그함수의 미분법, 함수의 몫의 미분법, 도함수의 활용, 함수의 증가와 감소, 삼각함수의 극한
예상 소요 시간	45분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 주머니에 숫자 1, 2, 3이 각각 적힌 카드 3장이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 주머니에 넣는 시행을 54회 반복할 때, 꺼낸 카드에 적힌 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자. 이때 표본평균 $\overline{X}$는 근사적으로 정규분포를 따른다. $-2\overline{X}$의 평균과 분산을 구하고, $\mathrm{P}\left(-2\overline{X} \geq -\frac{11}{3}\right)$의 값을 구하시오.

(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 0.5) = 0.1915$, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332$, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$로 계산한다.)

2. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$를 이용하여 $a^b = b^a$을 만족시키는 서로 다른 양의 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)를 모두 구하시오.

3. $n \geq 3$인 자연수 n에 대하여 둘레의 길이가 1인 정 n각형의 넓이를 $f(n)$이라 하자. $f(12)$의 값을 구하고, $\lim_{n \to \infty} f(n)$의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

자연계열 오전 [문제 2]는 고등학교에서 고교과정의 수학을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제들로 구성되었으며, 모든 교과서에서 공통으로 다루

는 내용을 바탕으로 출제되었다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
문제 2-1	확률과 통계 - (3) 통계 - 1 확률분포 [12확통03-04] 정규분포의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. 확률과 통계 - (3) 통계 - 2 통계적 추정 [12확통03-06] 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.
문제 2-2	미적분 - (2) 미분법 - 2 여러 가지 미분법 [12미적02-06] 함수의 몫을 미분할 수 있다. 미적분 - (2) 미분법 - 3 도함수의 활용 [12미적02-13] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
문제 2-3	수학I - (2) 삼각함수 - 2 수열의 합 - 1 삼각함수 [12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. 미적분 - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-04] 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학I	김원경 외	비상	2018	65~92
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2019	68~138
	미적분	황선욱 외	미래엔	2019	63~67
	확률과 통계	황선욱 외	미래엔	2019	103~132
	미적분	황선욱 외	미래엔	2019	63~67

5. 문항 해설

문항1. 주어진 상황을 잘 파악하여 표본평균에 대한 식의 평균, 분산을 통해 표준정규분포를 활용하여 확률을 구할 수 있는지 묻고 있다.

문항2. 함수 $f(x)$의 성질과 e의 근사적 값을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있는가를 묻고 있다.

문항3. 평면도형에 대한 기본적인 지식을 바탕으로 “수학I - 삼각함수- 삼각함수의 활용” 단원과 “미적분-미분법-여러 가지 함수의 미분” 단원의 삼각함수와 그 극한에 대한 다양한 지식과 성질을 적절히 활용하여, 주어진 극한값을 구할 수 있는가를 묻고 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
1	$-2\overline{X}$의 평균과 분산을 구했는가?	15	30
	표준정규분포를 활용하여 확률을 제대로 계산했는가?	15	
2	$f(x)$의 도함수를 이용하여 $f(x)$가 증가와 감소하는 구간을 구했는가?	15	40
	$f(x)$의 성질과 e의 근사적 값을 알고 가능한 경우의 수를 알아냈는가?	15	
	순서쌍 (a,b)의 모든 가능한 값 $(2,4),(4,2)$를 정확한 근거와 함께 모두 구했는가?	10	
3	$f(12)$의 값을 구했는가?	20	30
	극한값 $\lim_{n\to\infty} f(n)$을 구했는가?	10	

7. 예시 답안 혹은 정답

1. 꺼낸 카드에 적힌 수를 X라고 할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 평균과 분산은 다음과 같이 계산된다.

$$\mathrm{E}(X)=\frac{1+2+3}{3}=2=\mathrm{E}(\overline{X}),\ \mathrm{V}(X)=\frac{(1-2)^2+(2-2)^2+(3-2)^2}{3}=\frac{2}{3},\ \mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\mathrm{V}(X)}{54}=\frac{1}{81}$$

$n=54$가 충분히 크기 때문에 표본평균 $\overline{X}$는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(2,1/81)$을 따른다. $\mathrm{E}(-2\overline{X})=-2\mathrm{E}(\overline{X})=-4$, $\mathrm{V}(-2\overline{X})=(-2)^2\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{4}{81}$

즉, $-2\overline{X}$의 평균과 분산은 각각 -4와 $4/81$이므로 확률변수 $Z=\frac{-2\overline{X}+4}{\sqrt{4/81}}$는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

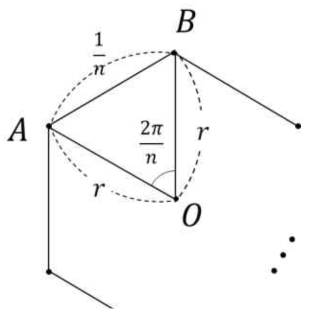
$$\mathrm{P}\left(-2\overline{X}\ge -\frac{11}{3}\right)=\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{-11/3+4}{2/9}\right)=P(Z\ge 1.5)=1-\mathrm{P}(Z\le 1.5)=0.0668$$이 된다.

2. $f(x)=\frac{\ln x}{x}$를 미분하면 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$를 얻는다. 따라서 $f'(e)=0$이고, $x<e$에서 $f'(x)>0$, $x>e$에서 $f'(x)<0$임을 알 수 있다. 만일 $a<b$인 순서쌍 (a,b)가

$a^b = b^a$를 만족한다면 $\frac{\ln a}{a} = \frac{\ln b}{b}$, 즉 $f(a) = f(b)$가 성립한다. 여기서 $f(x)$가 $x < e$에서는 증가, $x > e$에서는 감소하므로, 만일 $e < a < b$ 라면 $f(a) > f(b)$, $a < b < e$라면 $f(a) < f(b)$가 되어 $f(a) = f(b)$가 불가능하다.
따라서 $a < e < b$여야만 $f(a) = f(b)$를 얻을 수 있다. 여기서 무리수 $e = 2.71...$이므로 이보다 작은 양의 정수 a는 1 또는 2여야만 하는데, 모든 $b > e$에 대해 $f(1) = 0 < f(b)$이므로 $a = 1$일수는 없다. 만일 $a = 2$라면 양의 정수 b또한 2의 제곱꼴이 되고, $b = 4$가 $a^b = b^a$를 만족함을 알 수 있다. 역시 4보다 큰 값 b'에 대해서는 $f(2) = f(4) > f(b')$이므로, $b = 4$가 $f(2) = f(b)$를 만족하는 유일한 값이다. 우리가 앞서 $a < b$를 가정했으나 대칭적으로 $b < a$ 또한 가능하고, 따라서 모든 양의 정수 순서쌍 (a,b)는 $(2,4),(4,2)$가 된다.

3. 점 O를 정 n각형의 외접원의 중심, 점 A, B를 정 n각형의 이웃한 두 꼭짓점이라고 하자. 삼각형 OAB에서

$$\left(\frac{1}{n}\right)^2 = 2r^2 - 2r^2\cos\frac{2\pi}{n}, \quad r^2 = \frac{1}{2n^2\left(1-\cos\frac{2\pi}{n}\right)}$$ 이므로



$$\triangle \mathrm{OAB} = \frac{1}{2}r^2\sin\frac{2\pi}{n} = \frac{\sin\frac{2\pi}{n}}{4n^2\left(1-\cos\frac{2\pi}{n}\right)}$$ 이므로 정 n각형의 넓이 $f(n)$은

$$f(n) = n \times \triangle \mathrm{OAB} = \frac{\sin\frac{2\pi}{n}}{4n\left(1-\cos\frac{2\pi}{n}\right)}$$ 이다. 따라서

$$f(12) = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{48\left(1-\cos\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{1}{48(2-\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{48}$$ 이고,

$$\lim_{n\to\infty} f(n) = \lim_{n\to\infty}\frac{\sin\frac{2\pi}{n}}{4n\left(1-\cos\frac{2\pi}{n}\right)} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{4n}\cdot\frac{1+\cos\frac{2\pi}{n}}{\sin\frac{2\pi}{n}} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{4n}\cdot\frac{\frac{2\pi}{n}}{\sin\frac{2\pi}{n}}\cdot\frac{1+\cos\frac{2\pi}{n}}{\frac{2\pi}{n}} = \frac{1}{4\pi}$$

이다.

◆ 문항카드9 (자연계열(오후1)_1번 문항)

[한양대학교(서울) 문항정보]

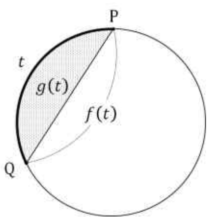
1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(오후1)(수학) / 문제 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅰ, 미적분
	핵심개념 및 용어	사인법칙과 코사인법칙, 삼각함수의 극한, 정적분과 급수의 합 사이의 관계, 치환적분법, 부분적분법
예상 소요 시간	45분	

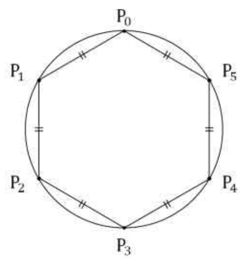
2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 위의 두 점 P, Q를 잇는 한 호 PQ의 길이를 t라고 할 때, 현 PQ의 길이를 $f(t)$, 현 PQ와 길이가 t인 호 PQ로 둘러싸인 도형의 넓이를 $g(t)$라고 하자.



<나> 반지름의 길이가 1인 원 위에 서로 다른 n개의 점 P_0, P_1, $\cdots$, P_{n-1}이 순서대로 놓여 있고, $\overline{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1}=\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2}=\cdots=\overline{\mathrm{P}_{n-2}\mathrm{P}_{n-1}}=\overline{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_0}$을 만족시킨다. 예를 들어, 오른쪽 그림은 $n=6$인 경우이다.



1. 제시문 <가>에서 주어진 식 $f(t)$, $g(t)$에 대하여 극한값 $\lim_{t\to 0+}\dfrac{g(t)}{f(t)}$를 구하시오.

2. 제시문 <나>에서 주어진 n개의 점 P_0, P_1, $\cdots$, P_{n-1}에 대하여 극한값

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1}+\overline{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_2}+\cdots+\overline{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_{n-1}}}{n}$$

을 구하시오.

3. 제시문 <나>에서 주어진 n개의 점 P_0, P_1, $\cdots$, P_{n-1}에 대하여 호 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1$과 현 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1, 호 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_2$와 현 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2, $\cdots$, 호 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_{n-1}$과 현 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_{n-1}$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_{n-1}이라 하자. 극한값

$$\lim_{n\to\infty}\frac{S_1^2+S_2^2+\cdots+S_{n-1}^2}{n}$$

을 구하시오. (단, $S_1 < S_2 < \cdots < S_{n-1}$이 되도록 호를 선택한다.)

3. 출제 의도

자연계열 오후(1)의 [문제 1]은 고교수학과정 중 “미적분-미분법-여러 가지 함수의 미분” 단원의 삼각함수의 극한과 “미적분-적분법-정적분의 활용” 단원의 정적분과 급수의 합 사이의 관계, “미적분-적분법-여러 가지 적분법” 단원의 치환적분법, 부분적분법을 주요 내용으로 하고 있다. 도형의 성질을 잘 이해하고 활용하기 위한 중요한 도구인 삼각함수와 미적분의 관련 지식을 적절히 활용해서 주요 평면도형인 원이 갖고 있는 중요한 성질들을 분석하고, 정확한 논증을 통해 원하는 결과를 도출할 수 있는지를 묻고 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
문제 1-1	수학Ⅰ - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수 [12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 미적분 - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-04] 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.
문제 1-2	미적분 - (3) 적분법 - 2 정적분의 활용 [12미적03-04] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해한다. 미적분 - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-3	미적분 - (3) 적분법 - 2 정적분의 활용 [12미적03-04] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해한다. 미적분 - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	이준열 외	천재교육	2018	97~111
	미적분	황선욱 외	미래엔	2019	71~74, 161~164
	미적분	고성은 외	좋은책 신사고	2019	132~136, 137~139

5. 문항 해설

문항 1. 호와 현에 대한 정보를 분석하고, 삼각함수의 극한을 구하는 도구를 적절히 활용하기

문항 2. 원의 성질에 대한 이해를 바탕으로 주어진 무한급수를 적당한 정적분으로 변환하고, 치환적분법 등의 기술을 적절히 활용하여 정적분의 값을 구하기

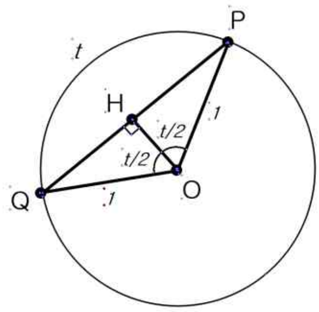
문항 3. 주어진 무한급수를 적당한 정적분으로 변환하고, 부분적분법 등의 기술을 적절히 활용하여 정적분의 값을 구하기

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
1	현 PQ의 길이 $f(t)$와 현 PQ와 호 PQ로 둘러싸인 도형의 넓이 $g(t)$를 구했는가?	20	30
	삼각함수의 극한에 대한 성질을 활용해서 $\lim_{t \to 0+} \frac{g(t)}{f(t)}$를 구했는가?	10	
2	무한급수 $\lim_{n \to \infty} \frac{\overline{\mathrm{P_0P_1}} + \overline{\mathrm{P_0P_2}} + \cdots + \overline{\mathrm{P_0P_{n-1}}}}{n}$를 적당한 정적분의 식으로 변환하였는가?	20	30
	정적분의 값을 구했는가?	10	
3	무한급수 $\lim_{n \to \infty} \frac{S_1^2 + S_2^2 + \cdots + S_{n-1}^2}{n}$를 적당한 정적분의 식으로 변환하였는가?	20	40
	정적분의 값을 구했는가?	20	

7. 예시 답안 혹은 정답

1. 오른쪽 그림에서 원의 중심 O에서 현 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$f(t) = 2\overline{\mathrm{QH}} = 2\sin\frac{t}{2}$,

$g(t) = \frac{1}{2}\times 1^2 \times t - \frac{1}{2}\times 1^2 \times \sin t = \frac{1}{2}(t-\sin t)$

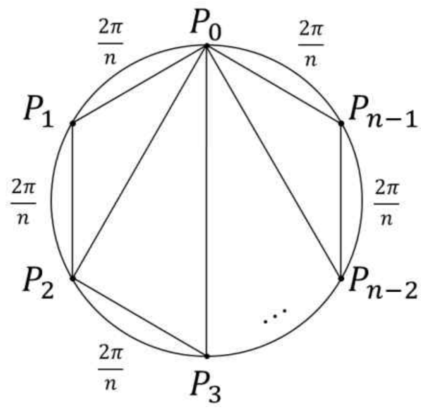
이므로

$$\lim_{t\to 0+}\frac{g(t)}{f(t)} = \lim_{t\to 0+}\frac{\frac{1}{2}(t-\sin t)}{2\sin\frac{t}{2}} = \lim_{t\to 0+}\frac{1}{2}\frac{\frac{t}{2}}{\sin\frac{t}{2}}\left(1-\frac{\sin t}{t}\right) = \frac{1}{2}\times 1\times(1-1) = 0$$

2. 1번에서 구한 $f(t)$에 대하여,

$\overline{P_0P_1} = f\left(\frac{2\pi}{n}\right)$, $\overline{P_0P_2} = f\left(\frac{2\pi}{n}\cdot 2\right)$, $\cdots$, $\overline{P_0P_{n-1}} = f\left(\frac{2\pi}{n}\cdot(n-1)\right)$이고,

$f\left(\frac{2\pi}{n}\cdot n\right) = f(2\pi) = 0$이므로,



$$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{P_0P_1}+\cdots+\overline{P_0P_{n-1}}}{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n-1} f\left(\frac{2\pi}{n}\cdot k\right)\frac{1}{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n-1} f\left(\frac{2\pi}{n}\cdot k\right)\frac{1}{n} + f\left(\frac{2\pi}{n}\cdot n\right)\frac{1}{n}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{2\pi}{n}\cdot k\right)\frac{1}{n}$$

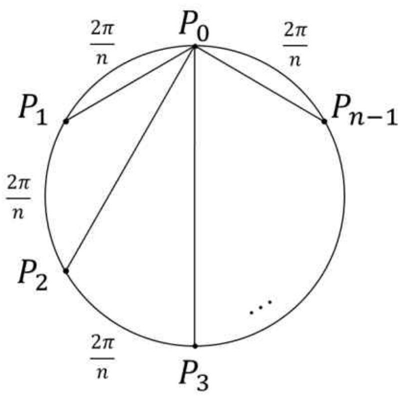
$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(0+\frac{2\pi-0}{n}\cdot k\right)\frac{2\pi-0}{n}\cdot\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(t)dt$$

이고, $f(t) = 2\sin\frac{t}{2}$ 이므로, $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(t)dt = \frac{4}{\pi}$.

3. 1번에서 구한 $g(t)$에 대하여,

$S_1 = g\left(\frac{2\pi}{n}\right)$, $S_2 = g\left(\frac{2\pi}{n}\cdot 2\right)$, $\cdots$, $S_{n-1} = g\left(\frac{2\pi}{n}\cdot(n-1)\right)$ 이고,

$g\left(\frac{2\pi}{n}\cdot n\right) = g(2\pi) = \pi$이므로,



$$\lim_{n\to\infty}\frac{S_1^2 + \cdots + S_{n-1}^2}{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n-1}\left(g\left(\frac{2\pi}{n}\cdot k\right)\right)^2\frac{1}{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}\left(g\left(\frac{2\pi}{n}\cdot k\right)\right)^2\frac{1}{n} - \left(g\left(\frac{2\pi}{n}\cdot n\right)\right)^2\frac{1}{n}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}\left(g\left(0+\frac{2\pi-0}{n}\cdot k\right)\right)^2\frac{2\pi-0}{n}\cdot\frac{1}{2\pi}\right) - \lim_{n\to\infty}\frac{\pi^2}{n}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(g(t))^2 dt - 0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{2}(t-\sin t)\right)^2 dt$$

$$= \frac{1}{8\pi}\int_0^{2\pi}\left(t^2 - 2t\sin t + \sin^2 t\right)dt \text{ 이다.}$$

부분적분에 의해

$\int t\sin t\,dt = -t\cos t + \sin t + C_1$, $\int \sin^2 t\,dt = \frac{1}{2}(t-\cos t\sin t) + C_2$

를 구하고, 따라서

$$\frac{1}{8\pi}\int_0^{2\pi}\left(t^2 - 2t\sin t + \sin^2 t\right)dt = \frac{1}{8\pi}\left[\frac{1}{3}t^3 - 2(-t\cos t + \sin t) + \frac{1}{2}(t-\cos t\sin t)\right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{1}{8\pi}\left(\frac{8}{3}\pi^3 + 5\pi\right) = \frac{\pi^2}{3} + \frac{5}{8}$$

◆ 문항카드10 (자연계열(오후1)_2번 문항)

[한양대학교(서울) 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(오후1)(수학) / 문제 2번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	확률의 덧셈정리, 곱셈정리, 확률변수, 이산 확률 변수의 기댓값, 타원(장축, 단축), 접선의 방정식, 점과 직선사이의 거리, 합성함수 미분법, 부정적분, 정적분, 부분적분법
예상 소요 시간	45분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 두 팀 A와 B가 배구 시합을 반복하여 어느 한 팀이 3승을 거두면 우승팀으로 결정된다. 각 시합은 팀 A가 승리할 확률이 p인 독립시행이고 무승부는 없다고 가정할 때, 우승팀이 결정될 때까지 실시한 시합 횟수의 기댓값을 p에 대한 식으로 나타내시오.

2. 장축의 길이가 6, 단축의 길이가 4인 타원이 있다. 네 변이 각각 이 타원에 접하는 직사각형의 한 변의 길이가 $2\sqrt{5}$일 때, 이 직사각형의 넓이를 구하시오.

3. 실수 전체의 범위에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 양수 a에 대하여 $\int_{-a}^{a}(a-|x|)f'(x)dx=0$을 만족시킨다. 이때 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$가 성립함을 보이시오.

3. 출제 의도

자연계열 오후(1) [문제 2]는 고등학교에서 고교과정의 수학을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제들로 구성되었으며, 모든 교과서에서 공통으로 다루는 내용을 바탕으로 출제되었다. 3개의 소문항으로 구성되어 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
문제 2-1	확률과 통계 - (2) 확률 - [1] 확률의 뜻과 활용 [12확통02-03] 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 확률과 통계 - (2) 확률 - [2] 조건부확률 [12확통02-06] 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다. [12확통02-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 확률과 통계 - (3) 통계 - [1] 확률분포 [12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다. [12확통03-02] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.
문제 2-2	수학 - (2) 기하 - [2] 직선의 방정식 [10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다. 기하 - (1) 이차곡선 - [1] 이차곡선 [12기하01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제 2-3	수학Ⅱ - (3) 적분 - [1] 부정적분 [12수학Ⅱ03-01] 부정적분의 뜻을 안다. 수학Ⅱ - (3) 적분 - [2] 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. 미적분 - (2) 미분 - [2] 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. 미적분 - (3) 적분 - [1] 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	황선욱	미래엔	2019	51~87
	고등학교 수학	황선욱	미래엔	2019	132
	기하	황선욱	미래엔	2019	26~33
	수학Ⅱ	황선욱	미래엔	2019	115~122
	미적분	황선욱	미래엔	2019	87~151

5. 문항 해설

문항1. 주어진 상황을 통하여 사건에 해당하는 경우와 대응되는 확률을 파악하고 기댓값을 주어진 확률에 대한 식으로 나타낼 수 있는지 묻고 있다. 확률과 통계에서 등장하는 기본적인 개념에 대한 이해도를 묻는 문제이다.

문항2. 이차곡선에 대한 기본적인 지식을 바탕으로, 주어진 도형을 좌표평면으로 적

절히 옮겨 방정식으로 변환하고 효과적으로 분석할 수 있는가를 묻고 있다. “기하-이차 곡선-타원과 직선” 단원의 타원의 접선의 방정식에 대한 지식과 성질을 적절히 활용하여, 필요한 결과를 도출할 수 있는지를 평가한다.

문항3. 구간을 나누어 적분하는 방법과 부분적분법을 이용하여 함수의 성질을 분석할 수 있는가를 묻고 있다. 간단한 합성함수 미분을 통해 필요한 결과를 도출할 수 있는지 또한 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준		배점
1	우승팀이 결정될 경우의 수와 확률을 제대로 파악했는가?	15	30
	기댓값의 정의에 따라 이를 p에 대한 식으로 표현했는가?	15	
2	타원을 좌표평면에 두어 직사각형의 각 변을 포함하는 접선의 방정식을 구했는가?	15	30
	직사각형의 각 변의 길이를 평행한 두 직선사이의 거리로 해석하고 직사각형의 넓이를 구했는가?	15	
3	구간별 부분적분을 통해 $F(x)+F(-x)=2F(0)$임을 밝혀냈는가?	20	40
	F에 관한 식을 미분해서 필요한 결론을 도출했는가?	20	

7. 예시 답안 혹은 정답

문항1. 확률변수 X를 진행한 시합 횟수라고 하자. 우승팀이 결정될 경우의 수는 팀 A의 결과가 승승승, 패패패 (시합 3회), 패승승승, 승패승승, 승승패승, 승패패패 패승패패, 패패승패 (시합 4회), 승패패승승, 승패승패승, 승승패패승, 패승패승승, 패승승패승, 패패승승승, 승승패패패, 승패승패패, 승패패승패, 패승승패패, 패승패승패, 패패승승패 (시합 5회) 총 20가지이다. 따라서 기댓값은 다음과 같다.

$$E(X)=3[p^3+(1-p)^3]+4[3p^3(1-p)+3p(1-p)^3]+5[6p^3(1-p)^2+6p^2(1-p)^3]$$

이 기댓값 p의 함수는 $6p^4-12p^3+3p^2+3p+3$이다.

문항2. 타원을 좌표평면에 두어 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 이라 하자.

직사각형의 한 변을 포함하는 접선의 기울기를 m이라 하자.

먼저 $m=0$ 이면, 직사각형의 변의 길이는 6또는 4이고 $2\sqrt{5}$가 아니므로

$m\neq 0$ 임을 알 수 있다. 기울기 $m(\neq 0)$인 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\dfrac{1}{m}$

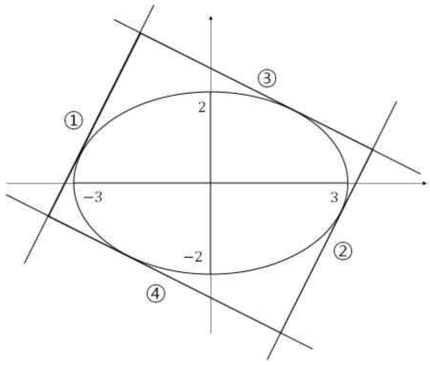
이므로, 직사각형의 네 변은 각각 다음의 접선에 포함된다.

① $y = mx + \sqrt{9m^2+4}$

② $y = mx - \sqrt{9m^2+4}$

③ $y = -\dfrac{1}{m}x + \sqrt{\dfrac{9}{m^2}+4}$

④ $y = -\dfrac{1}{m}x - \sqrt{\dfrac{9}{m^2}+4}$



직선 ①과 ②사이의 거리를 a이라고 하고, 직선 ③과 ④사이의 거리를 b라고 하면,

$a = 2\sqrt{\dfrac{9m^2+4}{m^2+1}}$, $b = 2\sqrt{\dfrac{9+4m^2}{1+m^2}}$ 이고, a와 b 둘 중 하나가 $2\sqrt{5}$이다.

$a = 2\sqrt{5}$이면 $m = \pm\dfrac{1}{2}$이고 따라서 $b = 4\sqrt{2}$이다. $b = 2\sqrt{5}$이면 $m = \pm 2$이고 따라서 $a = 4\sqrt{2}$이다.

두 경우 모두 직사각형의 넓이는 $ab = 8\sqrt{10}$ 이다.

문항3. $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. 구간 $[-a,a]$를 $[-a,0]$과 $[0,a]$로 나누어 각각 부분적분하면

$$\int_0^a (a-x)f'(x)dx = \Big[(a-x)f(x)\Big]_0^a + \int_0^a f(x)dx = F(a) - F(0) - af(0),$$

$$\int_{-a}^0 (a+x)f'(x)dx = \Big[(a+x)f(x)\Big]_{-a}^0 - \int_{-a}^0 f(x)dx = F(-a) - F(0) + af(0)$$

를 얻는다. 이를 합하면 $\int_{-a}^a (a-|x|)f'(x)dx = F(a) + F(-a) - 2F(0)$이 되고, 따라서 주어진 조건에 의해 모든 $x \ge 0$에 대해 $F(x) = -F(-x) + 2F(0)$임을 알 수 있다. 여기서 양변을 x에 대해 미분하면 $f(x) = f(-x)$가 모든 $x > 0$에 대해 성립한다. $x = 0$인 경우에는 당연히 $f(x) = f(-x)$이고, $x < 0$인 경우에도 대칭성에 의해 $f(x) = f(-(-x)) = f(-x)$임을 알 수 있다. 따라서 모든 x에 대해 $f(x) = f(-x)$가 성립한다.

◆ 문항카드11 (자연계열(오후2)_1번 문항)

[한양대학교(서울) 문항정보]

1. 일반 정보

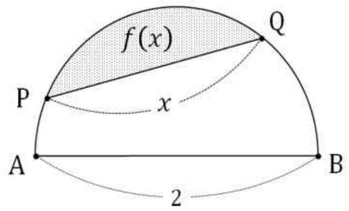
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(오후2)(수학) / 문제 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분
	핵심개념 및 용어	등비수열의 합, 확률분포, 매개변수로 나타낸 함수의 미분법, 합성함수의 미분법, 평균값의 정리, 이계도함수
예상 소요 시간	45분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 한 개의 동전을 같은 면이 연속으로 두 번 나올 때까지 반복하여 던지되, 최대 3000번까지만 던질 수 있다. 이때 동전을 던진 횟수가 2022 이하일 확률을 구하시오. (단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 로 동일하다.)

2. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 두 점 P, Q에 대하여 현 PQ의 길이가 $x\,(0<x<2)$ 일 때, 호 PQ와 현 PQ로 둘러싸인 도형의 넓이를 $f(x)$라고 하자. 함수 $f(x)$의 $x=1$에서의 미분계수를 구하시오.



3. 함수 $f(x)=\ln(\ln(x+e))$와 양의 실수 a, b에 대하여 부등식 $f(a+b)<f(a)+f(b)$가 항상 성립함을 보이시오.

3. 출제 의도

자연계열 오후(2) [문제 1]은 고등학교에서 고교과정의 수학을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제들로 구성되었으며, 모든 교과서에서 공통으로 다루는 내용을 바탕으로 출제되었다. 다음 3개의 소문항으로 구성되어 있다. 문항1은 주어진 상황을 이해하고 사건이 일어나는 경우의 규칙성을 찾아 각 확률을 구할 수 있는지를 묻고 있다. 문항2는 원 안에서 호와 현을 같은 매개변수로 표현하여 미분계수를 구할 수 있는지를 묻고 있다. 또한 문항3은 이계도함수를 통해 도함수의 그래프의 개형의 성질을 이해하여 평균값 정리를 활용할 수 있는지 묻고 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
문제 1-1	수학Ⅰ- (3) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 [12수학Ⅰ03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. 확률과 통계 - (2) 확률 - ② 조건부확률 [12확통02-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-2	수학Ⅰ- (2) 삼각함수 - ① 삼각함수 [12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 미적분 - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다.
문제 1-3	수학Ⅱ - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-07] 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다. 미적분 - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. 미적분 - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-10] 이계도함수를 구할 수 있다. 미적분 - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학Ⅰ	이준열 외	천재교육	2019	131~136
	확률과 통계	황선욱 외	미래엔	2019	60~61
	수학Ⅰ	이준열 외	천재교육	2019	102~107
	수학Ⅱ	고성은 외	좋은책신사고	2018	55~56
	미적분	황선욱 외	미래엔	2019	90~92
	수학Ⅱ	황선욱 외	미래엔	2019	78~80
	미적분	황선욱 외	미래엔	2019	86~89
	미적분	황선욱 외	미래엔	2019	98~99
	미적분	황선욱 외	미래엔	2019	110~117

5. 문항 해설

문항1. 주어진 상황에서 사건이 일어나는 경우와 대응하는 확률을 적절하게 파악하고 문제의 확률을 구할 수 있는지 묻고 있다. 등비수열의 합을 사용하여 원하는 확률을 효과적으로 계산할 수 있는지 평가한다.

문항2. 호와 현에 대한 정보를 적절히 분석하고, 코사인법칙 등의 기본적인 도구를

활용할 수 있는지를 묻고 있다. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 사용하여 원하는 미분계수를 찾아낼 수 있는지를 평가한다.

문항3. 함수 $f(x)$의 성질을 도함수와 이계도함수를 통해 적절히 분석하고, 평균값 정리를 활용하여 부등식을 증명해낼 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
1	동전을 x번 던질 때 같은 면이 연속으로 두 번 나오는 사건의 확률을 찾아내고, 이 확률과 등비수열의 항 사이의 관계를 파악했는가?	10	20
	등비수열의 합을 활용하여 문제의 확률을 구했는가?	10	
2	현 PQ의 길이 x와 현 PQ와 호 PQ로 둘러싸인 도형의 넓이 $f(x)$를 부채꼴의 중심각 t에 대한 매개변수 방정식으로 표현했는가?	20	40
	매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 사용해서 미분계수 $f'(1)$을 구했는가?	20	
3	함수 $f(x)$의 도함수와 이계도함수를 계산하여 도함수가 감소함수임을 밝혔는가?	15	40
	주어진 부등식을 평균값 정리를 이용하여 변형했는가?	15	
	도함수가 감소한다는 사실과 평균값 정리를 종합하여 주어진 부등식을 알맞게 증명하였는가?	10	

7. 예시 답안 혹은 정답

1. 동전을 x번 던질 때 처음으로 같은 면이 두 번 연속으로 나오는 사건을 A_x 라고 하자. 동전을 한 번 던질 경우 같은 면이 연속으로 두 번 나오게 되는 사건은 불가능하다. 즉 동전을 1번 던질 때 같은 면이 두 번 연속으로 나오는 확률은 $\mathrm{P}(A_1)=0$이다. 동전을 두 번 던질 경우, 4가지의 결과 중 2가지, (앞면, 앞면), (뒷면, 뒷면)과 같이 동전의 같은 면을 두 번 연속으로 얻을 수 있다. 따라서 사건 A_2가 일어날 확률은 $\mathrm{P}(A_2)=2/4=1/2=0.5^{2-1}$이 된다.

유사하게, 우리가 전 단계에서 멈추지 않고 동전을 계속 던진 경우에는 정확하게 결과들의 절반만큼 같은 면이 두 번 연속으로 나오는 것을 알 수 있다. 즉, 다음이 성립한다.

$\mathrm{P}(A_3)=\mathrm{P}(A_2)/2=0.5^{3-1}$

$\mathrm{P}(A_4)=\mathrm{P}(A_3)/2=0.5^{4-1}$

$\vdots$

$\mathrm{P}(A_x) = \mathrm{P}(A_{x-1})/2 = 0.5^{x-1}, (x = 2,3,4 \cdots, 2022)$

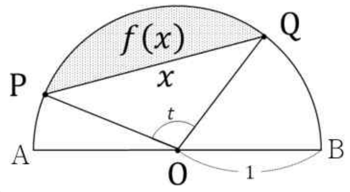
따라서 동전을 던진 횟수가 2022 이하일 확률은 $\sum_{x=2}^{2022} \mathrm{P}(A_x) = \sum_{x=2}^{2022} 0.5^{x-1}$이 되고 이는 첫째항이 0.5, 공비가 0.5인 등비수열을 첫째항부터 제 2021항까지 더한 것과 같다.

따라서 등비수열의 합은 $\dfrac{0.5(1-0.5^{2021})}{1-0.5} = 1-0.5^{2021}$이 된다.

2. 선분 AB의 중점을 O라 하자. 부채꼴 OPQ의 중심각을 $t\ (0 < t < \pi)$라 하면,

$x = \overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{1^2+1^2-2\times1\times1\times\cos t} = \sqrt{2}\sqrt{1-\cos t}$,

$y = f(x) = \dfrac{1}{2}\times1^2\times t - \dfrac{1}{2}\times1^2\times\sin t = \dfrac{1}{2}(t-\sin t)$ 이다.



$t = \dfrac{\pi}{3}$일 때 $x = 1$이므로 $x = 1$에서의 $f(x)$의 미분계수 $f'(1)$은 $t = \dfrac{\pi}{3}$일 때 $\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$의 값이다.

$\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{1-\cos t}{2}$, $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{\sin t}{\sqrt{2}\sqrt{1-\cos t}}$ 이므로, $f'(1) = \dfrac{1}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ 이다.

3. $f'(x) = \dfrac{1}{(x+e)\ln(x+e)}$ 이고 이를 한 번 더 미분하면

$$f''(x) = -\frac{1+\ln(x+e)}{(x+e)^2(\ln(x+e))^2}$$

이므로 모든 $x > 0$에 대해 $f''(x) < 0$이다. 즉, f'은 감소한다.

일반성을 잃지 않고 $a \geq b$라 가정하자. 그러면 평균값 정리에 의해 $\dfrac{f(a+b)-f(a)}{b} = f'(z)$인 z가 열린 구간 $(a, a+b)$에서 항상 존재하고, $\dfrac{f(b)}{b} = \dfrac{f(b)-f(0)}{b-0} = f'(w)$인 w가 열린 구간 $(0,b)$에서 항상 존재한다.

그런데 $0 < w < b \leq a < z < a+b$이므로 $w < z$, 따라서 $f'(w) > f'(z)$임을 알 수 있다. 이를 정리하면 $f(a+b) < f(a)+f(b)$를 얻는다.

◆ 문항카드12 (자연계열(오후2)_2번 문항)

[한양대학교(서울) 문항정보]

1. 일반 정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술 전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연계열(오후2)(수학) / 문제 2번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학, 수학Ⅰ, 미적분, 기하</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>점과 직선 사이의 거리, 코사인 법칙,
쌍곡선과 타원의 정의 및 접선의 방정식, 정적분의 계산</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">45분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 쌍곡선 $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{27}=\frac{1}{2}$ 위의 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

- 점 A는 제1사분면에 있고, 점 B는 제3사분면에 있다.
- 위 쌍곡선의 두 초점을 F, F′이라 할 때,

  $\cos(\angle \mathrm{FAF'})=\cos(\angle \mathrm{F'BF})=\frac{7}{25}$ 이다.

<나> 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (단, $0<b<a$)의 두 초점을 $\mathrm{F_1}$, $\mathrm{F_2}$라 하고 타원 위의 점 P에서의 접선을 l이라 하자. 점 P의 x좌표를 t라고 할 때, 원점으로부터 접선 l까지 거리의 제곱을 $f(t)$라 하고 $\overline{\mathrm{PF_1}}\times\overline{\mathrm{PF_2}}$를 $h(t)$라 하자.

1. 제시문 <가>에서 두 점 A, B의 좌표를 각각 구하시오.

2. 제시문 <나>에서 $b=\frac{\sqrt{3}}{2}a$일 때, $\frac{1}{a^3}\int_0^a f(t)dt$의 값을 구하시오.

3. 제시문 <나>에서 $f(t)\times h(t)$를 a와 b에 대한 식으로 나타내시오.

3. 출제 의도

'자연계열 (오후 2)'의 [문제 2]는 3개의 소문항으로 출제하였다. 각 문항은 고등학교 수학과 교육과정에서 문항과 관련된 과목의 모든 교과서가 공통적으로 다루는 개념을 활용하였다. 따라서 해당 과목을 이수한 학생이라면 '쌍곡선의 정의'에 대한 이해를 핵심으로 하여 쌍곡선의 접선의 방정식, 점과 직선 사이의 거리, 코사인 법칙과 여러 가지 적분법 등의 개념을 활용하여 수학적 사고력을 발휘하여 문제를 해결할 수 있다. 이 과정에서 학생의 논리적인 서술 능력의 수준을 측정하는데 주안점을 두었다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
문제 2-1	기하 - (1) 이차곡선 - 1 이차곡선 [12기하01-03] 쌍곡선의 뜻을 알고, 쌍곡선의 방정식을 구할 수 있다. 수학Ⅰ - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수 [12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 2-2	기하 - (1) 이차곡선 - 1 이차곡선 [12기하01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다. 수학 - (2) 기하 - 2 직선의 방정식 [10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다. 미적분 - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
문제 2-3	기하 - (1) 이차곡선 - 1 이차곡선 [12기하01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다. 수학 - (2) 기하 - 2 직선의 방정식 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	홍성복 외	지학사	2018	98~100
	수학	류준열 외	천재교육	2018	102~105
	미적분	고성은 외	미래엔	2019	135
	미적분	황선욱 외	신사고	2019	146
	기하	김원경 외	비상	2019	16~25, 39~41
	기하	황선욱 외	신사고	2019	26~35, 42~47

5. 문항 해설

문항 1은 쌍곡선의 정의와 코사인 법칙을 활용하여 원하는 점의 좌표를 구할 수 있는지를 묻는다.

문항 2는 타원의 접선 방정식을 구한 후 원점으로부터 그 접선까지의 거리를 나타내는 함수를 구하여 이를 정적분하는 문제이다.

문항 3은 타원의 초점으로부터 타원위의 점까지의 거리를 구하여 문항 2에서 얻어진 값과 곱한 결과를 계산하도록 하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
1	$\overline{\mathrm{AF}}$와 $\overline{\mathrm{AF'}}$을 제대로 구했는가?	15	30
	두 점 A, B의 좌표를 제대로 구했는가?	15	
2	$f(t)$를 정확히 구했는가?	20	40
	정적분을 정확히 하였는가?	20	
3	$f(t)\times g(t)$를 a 와 b에 대한 식으로 정확히 나타내었는가?	10	30
	식을 구하는 과정이 명료하게 기술되었는가?	20	

7. 예시 답안 혹은 정답

1. 주어진 쌍곡선을 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$으로 표현하면 $a^2=\dfrac{5}{2}$, $b^2=\dfrac{27}{2}$.

따라서 초점 F의 x좌표를 양수 c라 하면 $c=\sqrt{a^2+b^2}=4$

또한 $p=\overline{\mathrm{AF}}$, $q=\overline{\mathrm{AF'}}$라 하면, 쌍곡선의 정의와 코사인 법칙에 의하여

$q-p=2a=\sqrt{10}$, $\quad\cos(\angle \mathrm{F'AF})=\dfrac{7}{25}=\dfrac{p^2+q^2-8^2}{2pq}$

즉, $q=p+\sqrt{10}$이고 $14pq=25(p^2+q^2-64)$

첫 번째 식을 두 번째 식에 대입하면 $14p^2+14\sqrt{10}\,p=25(2p^2+2\sqrt{10}\,p-54)$

정리하면 $2p^2+2\sqrt{10}\,p-75=0$

그러므로 $p=\dfrac{3}{2}\sqrt{10}$이고 $q=\dfrac{5}{2}\sqrt{10}$

점 A의 좌표를 (x_0, y_0)이라고 하면

$\overline{\mathrm{AF}'}^2 = \frac{125}{2} = (x_0+4)^2 + y_0^2$이고 $\overline{\mathrm{AF}}^2 = \frac{45}{2} = (x_0-4)^2 + y_0^2$

이를 연립하여 풀면 $x_0 = \frac{5}{2}$, $y_0 = \frac{9}{2}$. 즉, A의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$

비슷하게 점 B의 좌표를 구하면 $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{9}{2}\right)$

2. 점 P의 좌표를 (t, s)라 하면 접선의 기울기는 $-\frac{b^2 t}{a^2 s}$,

접선의 방정식은 $y - s = -\frac{b^2 t}{a^2 s}(x-t)$이다.

이를 정리하면 $b^2 tx + a^2 sy = b^2 t^2 + a^2 s^2$이다.

$\frac{t^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} = 1$이므로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$b^2 tx + a^2 sy - a^2 b^2 = 0$

따라서 $f(t) = \left(\frac{a^2 b^2}{\sqrt{b^4 t^2 + a^4 s^2}}\right)^2$ 이다.

$s^2 = \frac{a^2 b^2 - b^2 t^2}{a^2}$ 이므로

$$f(t) = \frac{a^4 b^4}{b^4 t^2 + a^4 \frac{a^2 b^2 - b^2 t^2}{a^2}} = \frac{a^4 b^4}{b^4 t^2 + a^4 b^2 - a^2 b^2 t^2}$$

$$= \frac{a^4 b^4}{a^4 b^2 + b^2 (b^2 - a^2) t^2} = \frac{a^4 b^2}{a^4 + (b^2 - a^2) t^2} \text{ 이다.}$$

$a^2 - b^2 = c^2$ $(b < a)$ 중 양수인 c를 선택하면

$$f(t) = \frac{a^4 b^2}{a^4 - c^2 t^2} = \frac{a^4 b^2}{2a^2}\left(\frac{1}{a^2 - ct} + \frac{1}{a^2 + ct}\right) \text{이다.}$$

$$\int \frac{1}{a^2 + ct} dt = \frac{1}{c} \ln (a^2 + ct) + C_1,$$

$$\int \frac{1}{a^2 - ct} dt = -\frac{1}{c} \ln (a^2 - ct) + C_2 \ (C_1,\ C_2 \text{는 상수})\text{이므로,}$$

$$\int_0^a f(t) dt = \frac{a^4 b^2}{2a^2} \frac{1}{c} \left[\ln (a^2 + ct) - \ln (a^2 - ct)\right]_0^a = \frac{a^4 b^2}{2a^2 c} \ln \frac{a^2 + ca}{a^2 - ca} \ \cdots \text{(A)}$$

$b = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ 이면 $b^2 = \frac{3}{4} a^2$, $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3}{4} a^2} = \frac{a}{2}$ 이다.

따라서 (A)$= \dfrac{a^2\frac{3}{4}a^2}{2\frac{a}{2}} \ln \dfrac{a^2+\frac{a^2}{2}}{a^2-\frac{a^2}{2}} = \dfrac{3}{4}a^3 \ln 3$ 이므로

$\dfrac{1}{a^3}\displaystyle\int_0^a f(t)dt = \dfrac{3}{4}\ln 3$이다.

3. 문제 2번에서 선택한 양수 c를 사용하여 $\mathrm{F_1}=(c,0)=(\sqrt{a^2-b^2},0)$,

$\mathrm{F_2}=(-c,0)=(-\sqrt{a^2-b^2},0)$이라고 하자. 점 P의 좌표를 (t,s)라 하면

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PF_1}}^2 &= (c-t)^2+s^2 \\ &= c^2-2ct+t^2+\frac{a^2b^2-b^2t^2}{a^2} \\ &= \frac{a^2c^2-2cta^2+a^2t^2+a^2b^2-b^2t^2}{a^2} \\ &= \frac{a^2(b^2+c^2)+t^2(a^2-b^2)-2cta^2}{a^2} \\ &= \frac{a^4+t^2c^2-2cta^2}{a^2}=\frac{(a^2-tc)^2}{a^2}\end{aligned}$$

$\overline{\mathrm{PF_2}}^2 = \dfrac{(a^2+tc)^2}{a^2}$이다.

따라서 $h(t)=\dfrac{a^4-t^2c^2}{a^2}$이다.

2번에 의해 $f(t)=\dfrac{a^4b^2}{a^4+(b^2-a^2)t^2}$이다.

$$\therefore f(t)h(t)=\frac{a^4b^2}{a^4+(b^2-a^2)t^2}\times\frac{a^4-t^2c^2}{a^2}=a^2b^2$$