

부록 2**위 IV의 문항 제출 양식(문항카드) 붙임****1. 문항카드1. 수학-1(오전)****[한국기술교육대학교 문항정보]**

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 1번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 수학 II
	핵심개념 및 용어	합의 기호, 정적분의 계산
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 은

$$f(n) = \int_{-2}^2 |2t - n \cos(n\pi)| dt$$

이다. 다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) $f(1) + f(2) + f(3)$ 의 값을 구하시오. (8점)

(2) $\sum_{n=1}^{20} f(n)$ 의 값을 구하시오. (12점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I에서 학습하는 수열 단원의 수열의 합과 수학 II에서 학습하는 적분 단원의 정적분 개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학1번	교육과정	[수학Ⅰ] - Ⅲ 수열 - 4. 수열의 합 ① 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [수학Ⅱ] - Ⅲ 적분 - 3. 정적분 ① 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[12수학Ⅰ 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [12수학Ⅱ 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학Ⅰ	류희찬외10	천재교과서	2020	p.143
	천재교과서 수학Ⅱ	류희찬외10	천재교과서	2020	p.125
	미래엔교과서 수학Ⅰ	류희찬외10	천재교과서	2020	p.146
	미래엔교과서 수학Ⅱ	류희찬외10	천재교과서	2020	p.122

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학Ⅰ」의 수열 단원의 합의 기호 \sum , 여러 가지 수열의 합과 「수학Ⅱ」의 적분 단원의 다항함수 정적분에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 정적분의 결과로부터 함수를 찾고 합의 기호 \sum 를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	$f(1) = \frac{17}{2}$ 을 구할 수 있다.	2
	$f(2) = 10$ 을 구할 수 있다.	2
	$f(1) + f(2) + f(3) = 31$ 을 구할 수 있다.	4
1-2	$n \geq 4$ 이고 n 이 짝수일 때, $f(n) = 4n$ 을 구할 수 있다.	4
	$n \geq 4$ 이고 n 이 홀수일 때, $f(n) = 4n$ 을 구할 수 있다.	4
	$\sum_{n=1}^{20} f(n) = 847$ 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) $f(1)+f(2)+f(3)$ 의 값을 구하시오. (8점)

(풀이) 정적분 계산을 하면

$$f(1)=\int_{-2}^2|2t-\cos\pi|\,dt=\int_{-2}^2|2t+1|\,dt=\frac{17}{2}$$

$$f(2)=\int_{-2}^2|2t-2\cos(2\pi)|\,dt=2\int_{-2}^2|t-1|\,dt=10$$

$$f(3)=\int_{-2}^2|2t-3\cos(3\pi)|\,dt=\int_{-2}^2|2t+3|\,dt=\frac{25}{2}$$

이다. 따라서, $f(1)+f(2)+f(3)=\frac{17}{2}+10+\frac{25}{2}=31$ 이다.

(2) $\sum_{n=1}^{20}f(n)$ 의 값을 구하시오. (12점)

(풀이) $n \geq 4$ 이고 n 이 짝수일 때,

$$f(n)=\int_{-2}^2|2t-n|\,dt=\int_{-2}^2(n-2t)\,dt=4n$$

이고, $n \geq 4$ 이고 n 이 홀수일 때,

$$f(n)=\int_{-2}^2|2t+n|\,dt=\int_{-2}^2(2t+n)\,dt=4n$$

이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 합은

$$\sum_{n=1}^{20}f(n)=\sum_{n=1}^3f(n)+\sum_{n=4}^{20}4n=31+4\times\frac{17\times\{2\times4+(17-1)\times1\}}{2}=847$$

이다.

2. 문항카드2. 수학-2(오전)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 2번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	평균변화율, 미분가능성
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 1) \\ -2x & (x > 1) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 t 에 대하여 x 의 값이 0에서 t 까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$ 의 평균변화율을 $g(t)$ 라 할 때, 다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ 과 $g(2)$ 의 값을 각각 구하시오. (8점)

(2) 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $h(t) = \frac{t^2 + at + b}{2 + g(t)}$ 가 $t=1$ 에서 미분가능할 때, a 와 b 의 값을 각각 구하시오. (12점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 학습하는 미분 단원의 평균변화율과 미분가능성의 개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학2번	교육과정	[수학Ⅱ] - Ⅱ 미분 - 1. 미분계수 ① 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. ② 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.
	성취기준·성취수준	[[12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. [12수학Ⅱ02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 Ⅱ	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.52, 57
	미래엔 교과서 수학 Ⅱ	황선욱외8	미래엔 교과서	2020	p.53, 58

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학Ⅱ」의 미분 단원의 평균변화율과 미분가능성에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 평균변화율을 통해 주어진 함수를 찾고 미분가능성을 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	$g\left(\frac{1}{2}\right)=1$ 을 구할 수 있다.	4
	$g(2)=-3$ 을 구할 수 있다.	4
2-2	함수 $g(t)$ 를 구할 수 있다.	4
	식 $1+a+b=0$ 을 구할 수 있다.	4
	$a=-2$, $b=1$ 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ 과 $g(2)$ 의 값을 각각 구하시오. (8점)

(풀이) 평균변화율 정의에 의하면

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{f\left(\frac{1}{2}\right) - f(0)}{\frac{1}{2} - 0} = 1$$

$$g(2) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = -3$$

이다.

(2) 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $h(t) = \frac{t^2 + at + b}{2 + g(t)}$ 가 $t = 1$ 에서 미분가능할 때,

a 와 b 의 값을 각각 구하시오. (12점)

(풀이) $t \leq 1$ 일 때, $f(t) = t + 2$ 이므로

$$g(t) = \frac{f(t) - f(0)}{t - 0} = \frac{(t + 2) - 2}{t} = 1 \quad (t \leq 1)$$

이고, $t > 1$ 일 때, $f(t) = -2t$ 이므로

$$g(t) = \frac{f(t) - f(0)}{t - 0} = \frac{(-2t) - 2}{t} = -2 - \frac{2}{t} \quad (t > 1)$$

이다. 이 결과를 이용하여 함수 $h(t)$ 를 구하면

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{3}(t^2 + at + b) & (t \leq 1) \\ -\frac{t}{2}(t^2 + at + b) & (t > 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(t)$ 가 $t = 1$ 에서 미분가능하므로 $t = 1$ 에서 연속이다. 함수의 연속의 정

의에 의해 $-\frac{1}{2}(1 + a + b) = \frac{1}{3}(1 + a + b)$ 이므로

$$1 + a + b = 0$$

--- ①

이다. 또한, 함수 $h(t)$ 가 $t = 1$ 에서 미분가능하므로 좌극한값

$$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{h(t) - h(1)}{t - 1} = \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{1}{3} \frac{(t + 1 + a)(t - 1)}{t - 1} = \frac{1}{3}(2 + a)$$

와 우극한값

$$\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{h(t) - h(1)}{t - 1} = \lim_{t \rightarrow 1^+} -\frac{t}{2} \frac{(t + 1 + a)(t - 1)}{t - 1} = -\frac{1}{2}(2 + a)$$

이 같다. 따라서, $a = -2$ 이고, 식 ①로부터 $b = 1$ 이다.

3. 문항카드3. 수학-3(오전)

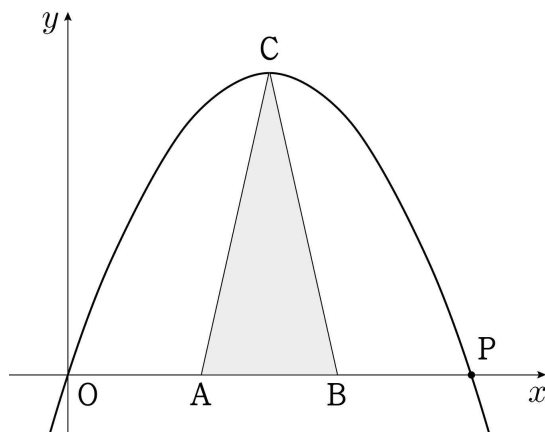
[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 3번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	미분계수, 속도와 거리
예상 소요 시간		

2. 문항 및 제시문

그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 P, A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P 는 시각 $t=0$ 일 때, 원점 O 에서 출발한다.
 (나) 점 P 는 x 축 위를 양의 방향으로 움직이며 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 $v(t) = 3\sqrt{3}t$ 이다.
 (다) 점 A 는 선분 OP 를 $1:2$ 로 내분하는 점이다.
 (라) 점 B 는 선분 OP 를 $2:1$ 로 내분하는 점이다.
 (마) 점 C 는 원점 O 와 점 P 를 지나는 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점이다.



삼각형 ABC 가 정삼각형이 되는 시각을 $t=t_0(t_0 > 0)$ 라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) t_0 의 값을 구하시오. (12점)

(2) 시각 $t(t > 0)$ 에서의 삼각형 ABC 의 넓이를 $S(t)$ 라고 할 때, $S'(t_0)$ 의 값을 구하시오. (8점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학Ⅱ에서 학습하는 미분 단원의 순간변화율과 적분 단원의 속도와 거리 개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학3번	교육과정	[수학Ⅱ] - Ⅱ 미분 - 1. 미분계수 ① 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
		[수학Ⅱ] - Ⅲ 적분 - 3. 정적분의 활용 ① 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.
	성취기준· 성취수준	[12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. [12수학Ⅱ03-06] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 Ⅱ	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.52, 140
	미래엔 교과서 수학 Ⅱ	황선욱외8	미래엔 교과서	2020	p.54, 143

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학Ⅱ」의 미분 단원의 순간변화율과 적분 단원의 속도와 거리에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 속도와 거리의 개념 및 주어진 함수의 순간변화율을 찾아 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	점 P의 x 좌표 $\frac{3\sqrt{3}}{2}t^2$ 을 구할 수 있다.	4
	점 C $\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}t^2, \frac{27}{16}t^4\right)$ 을 구할 수 있다.	4
	$t_0 = \frac{2}{3}$ 를 구할 수 있다.	4
3-2	$S(t) = \frac{27\sqrt{3}}{64}t^6$ 을 구할 수 있다.	4
	$S'(t_0) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) t_0 의 값을 구하시오. (12점)

(풀이) 점 P는 원점 O에서 출발해서 x 축 위를 양의 방향으로 움직이고 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도가 $3\sqrt{3}t$ 이므로 시각 t 에서의 점 P의 x 좌표는

$$\int_0^t 3\sqrt{3}s \, ds = \frac{3\sqrt{3}}{2}t^2$$

이다. 그러므로, 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}t^2, 0\right)$$

이다. 또한, 점 A는 선분 OP를 1:2로 내분하는 점이므로 $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t^2, 0\right)$ 이고, 점

B는 선분 OP를 2:1로 내분하는 점이므로 $B(\sqrt{3}t^2, 0)$ 이다. 이차함수 $y = f(x)$

가 원점 O와 점 $P\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}t^2, 0\right)$ 를 지나고 최고차항의 계수가 -1 이므로

$$f(x) = -x\left(x - \frac{3\sqrt{3}}{2}t^2\right)$$

이다. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점 C의 좌표는

$$C\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}t^2, \frac{27}{16}t^4\right)$$

이다. 점 **C**에 대한 x 축 위로의 수선의 발을 점 **M**이라 할 때, 삼각형 **ABC**가 정삼

각형이 되기 위해서는 $\overline{CM} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB}$, 즉

$$\frac{27}{16}t_0^4 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}t_0^2$$

이므로 $t_0 = \frac{2}{3}$ ($t_0 > 0$)이다.

(2) 시각 t ($t > 0$)에서의 삼각형 **ABC**의 넓이를 $S(t)$ 라고 할 때, $S'(t_0)$ 의 값을 구하시오. (8점)

(풀이) 시각 t ($t > 0$)에서의 삼각형 **ABC**의 넓이는

$$S(t) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}t^2 \times \frac{27}{16}t^4 = \frac{27\sqrt{3}}{64}t^6$$

이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 $S'(t_0)$ 의 값은

$$S'(t_0) = S'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{81\sqrt{3}}{32}t^5 \Big|_{t=\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

이다.

4. 문항카드4. 수학-4(오전)

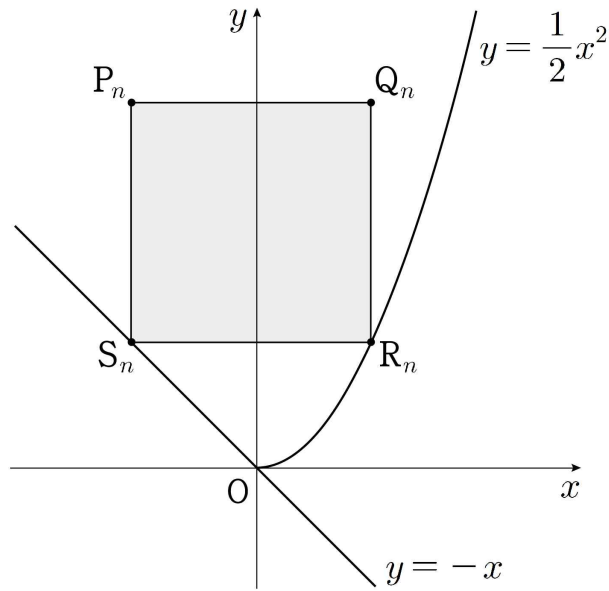
[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 4번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	합의 기호 \sum
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

그림과 같이 좌표평면에서 한 변의 길이가 자연수 n 인 정사각형 $P_nQ_nR_nS_n$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 선분 P_nQ_n , S_nR_n 은 x 축과 평행이다.
- (나) 두 선분 P_nS_n , Q_nR_n 은 y 축과 평행이다.
- (다) 점 R_n 은 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ ($x \geq 0$) 위에 있고, 점 S_n 은 직선 $y = -x$ 위에 있다.
- (라) 두 점 Q_n , R_n 은 제1 사분면에 있고, 두 점 P_n , S_n 은 제2 사분면에 있다.
- (마) 점 P_n 의 y 좌표는 점 S_n 의 y 좌표보다 크다.



다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) 점 R_n 의 좌표를 (a_n, b_n) 이라 할 때, $a_1^2 + b_1^2 + a_4^2 + b_4^2$ 의 값을 구하시오. (8점)

(2) 정사각형 $P_n Q_n R_n S_n$ 의 둘레와 그 내부에 있는 점들 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모

두 정수인 점의 개수를 A_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} A_n$ 의 값을 구하시오. (12점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I에서 학습하는 수열 단원의 수열의 합개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학4번	교육과정	<p>[수학 I] - III 수열 - 4.수열의 합</p> <p>① Σ의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p> <p>② 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구할 수 있다.</p>
	성취기준·성취수준	<p>[12수학 I 03-04] Σ의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p> <p>[12수학 I 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 I	류희찬외10	천재교과서	2020	p.140,143
	미래엔교과서 수학 I	황선욱외8	미래엔교과서	2020	p.143,146

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 수열 단원의 합의 기호 \sum 와 여러 가지 수열의 합에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 규칙을 찾아 일반항을 찾은 뒤 합의 기호 \sum 를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	식 $a_n + \frac{1}{2}a_n^2 = n$ 을 구할 수 있다.	4
	$a_1^2 + b_1^2 + a_4^2 + b_4^2 = 19 - 6\sqrt{3}$ 을 구할 수 있다.	4
4-2	$n = 4, 12, 24, \dots$ 일 때, $A_n = (n+1)^2$ 을 구할 수 있다.	4
	$n \neq 4, 12, 24, \dots$ 일 때, $A_n = n^2$ 을 구할 수 있다.	4
	$\sum_{n=1}^{20} A_n = 2904$ 를 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 점 R_n 의 좌표를 (a_n, b_n) 이라 할 때, $a_1^2 + b_1^2 + a_4^2 + b_4^2$ 의 값을 구하시오. (8점)

(풀이) 점 R_n 의 좌표가 (a_n, b_n) 이므로

$$b_n = \frac{1}{2}a_n^2 \quad \text{--- ①}$$

이고, 점 S_n 의 좌표는 $(-b_n, b_n)$ 이다. $\overline{S_n R_n} = n$ 으로부터 $a_n + b_n = n$ 이므로

$$a_n + \frac{1}{2}a_n^2 = n \quad \text{--- ②}$$

이다. $n = 1$ 일 때, 식 ②로부터 $a_1 = \sqrt{3} - 1$ ($a_1 > 0$) 이고, 식 ①에 대입하면 $b_1 = 2 - \sqrt{3}$ 이다. 마찬가지로 $n = 4$ 일 때, 식 ②로부터 $a_4 = 2$ ($a_4 > 0$) 이고, 식

① 에 대입하면 $b_4 = 2$ 이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 값은

$$a_1^2 + b_1^2 + a_4^2 + b_4^2 = (4 - 2\sqrt{3}) + (7 - 4\sqrt{3}) + 4 + 4 = 19 - 6\sqrt{3}$$

이다.

(2) 정사각형 $P_n Q_n R_n S_n$ 의 둘레와 그 내부에 있는 점들 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모

두 정수인 점의 개수를 A_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} A_n$ 의 값을 구하시오. (12점)

(풀이) $a_n + b_n = n$ 이므로 a_n 과 b_n 의 값이 모두 자연수이거나, 모두 자연수가 아니다. 만약 a_n 과 b_n 의 값이 모두 자연수이면 $A_n = (n+1)^2$ 이고, 만약 a_n 과 b_n 의 값이 모두 자연수가 아니면 $A_n = n^2$ 이다. 한편, 식 ②로부터

$$a_n = -1 + \sqrt{1+2n}$$

이고, a_n 이 자연수가 되기 위해서는 $1+2n$ 이 제곱수가 되어야 한다. 그런데, $1+2n$ 은 홀수이므로 $1+2n$ 은 홀수의 제곱수, 즉

$$1+2n = 3^2, 5^2, 7^2, \dots \quad \Leftrightarrow \quad n = 4, 12, 24, \dots$$

이다. 정리하면

$$A_n = \begin{cases} (n+1)^2 & (n = 4, 12, 24, \dots) \\ n^2 & (n \neq 4, 12, 24, \dots) \end{cases}$$

이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 값은

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{20} A_n &= \sum_{n=1}^{20} n^2 + (2 \times 4 + 1) + (2 \times 12 + 1) \\ &= \frac{20 \times 21 \times 41}{6} + 9 + 25 \\ &= 2904 \end{aligned}$$

이다.

5. 문항카드5. 수학-5(오전)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 5번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	지수함수와 로그함수의 활용
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

양의 실수 a 에 대하여 두 집합 A, B 가

$$A = \left\{ x \mid 3^x + \frac{7}{3^x} \leq a \right\}, \quad B = \left\{ x \mid 3^x + \frac{8}{3^x} \leq a+1 \right\}$$

일 때, 다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) $n(A) = 1$ 일 때, a 의 값을 p 라 하고 A 의 원소를 q 라 하자. $p + 3^q$ 의 값을 구하시오. (8점)

(2) $A \subset B$ 를 만족시키는 실수 a 의 최댓값을 구하시오. (단, $a \geq 6$) (12점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I에서 학습하는 지수함수와 로그함수 단원의 지수함수와 로그함수의 활용 개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학5번	교육과정	[수학 I] - 1 지수함수와 로그함수 - 7. 지수함수와 로그함수의 활용 ① 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
	성취기준· 성취수준	[12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 I	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.53,56
	미래엔 교과서 수학 I	황선욱외8	미래엔 교과서	2020	p.49,52

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 지수함수와 로그함수 단원의 지수부등식에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 지수부등식을 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
5-1	$p = 2\sqrt{7}$ 을 구할 수 있다.	4
	$p + 3^q = 3\sqrt{7}$ 을 구할 수 있다.	4
5-2	$\alpha > 0$ 이고 $\beta > 0$ 임을 구할 수 있다. (단, α, β 는 $t^2 - at + 7 = 0$ 의 서로 다른 두 실근이다.)	4
	$1 \leq \alpha$ 이고 $1 \leq \beta$ 임을 구할 수 있다.	4
	실수 a 의 최댓값 8 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) $n(A) = 1$ 일 때, a 의 값을 p 라 하고 A 의 원소를 q 라 하자. $p + 3^q$ 의 값을 구하시오. (8점)

(풀이) 집합 A 에서 $t = 3^x (t > 0)$ 라 하자. 산술평균 · 기하평균의 관계로부터

$$t + \frac{7}{t} \geq 2\sqrt{t \times \frac{7}{t}} = 2\sqrt{7}$$

이다. (단, 등호는 $t = \frac{7}{t}$ 일 때, 즉, $t = \sqrt{7}$ 일 때 성립한다.) 따라서, 집합 A 에서의

식 $3^x + \frac{7}{3^x}$ 은 $x = \log_3 \sqrt{7}$ 에서 최솟값을 가진다. 즉, $a = 2\sqrt{7}$ 인 경우에

$$A = \left\{ x \mid 3^x + \frac{7}{3^x} = 2\sqrt{7} \right\} = \{\log_3 \sqrt{7}\}$$

이다. 따라서, $p = 2\sqrt{7}$, $q = \log_3 \sqrt{7}$ 이고, 문제에서 구하고자 하는 값은

$$p + 3^q = 2\sqrt{7} + \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

이다.

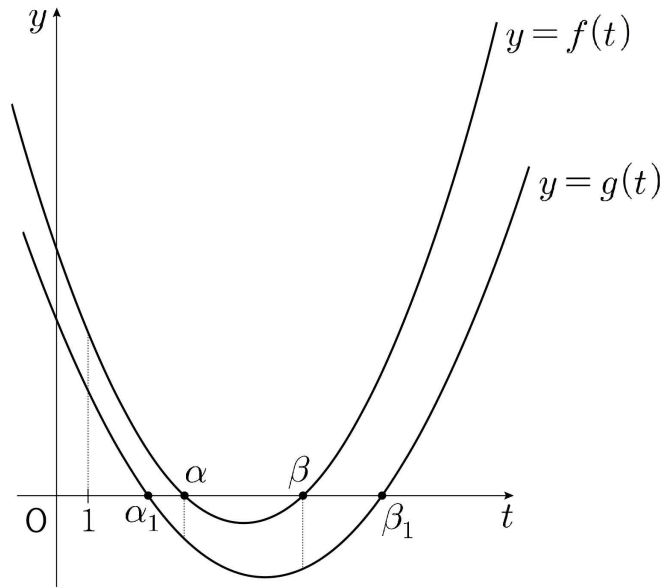
(2) $A \subset B$ 를 만족시키는 실수 a 의 최댓값을 구하시오. (단, $a \geq 6$) (12점)

(풀이) 집합 A, B 에서 $t = 3^x$ 라 하면,

$$A \subset B$$

$$\Leftrightarrow \{t \mid t^2 - at + 7 \leq 0, t > 0\} \subset \{t \mid t^2 - (a+1)t + 8 \leq 0, t > 0\}$$

이다. 여기서, 방정식 $t^2 - at + 7 = 0$ 에 대해 살펴보면, 판별식 $D = a^2 - 28 > 0$ 이므로 두 실근이 존재한다. 두 실근을 각각 α, β ($\alpha < \beta$)라 하면, $\alpha + \beta = a > 0$ 이고 $\alpha\beta = 7 > 0$ 이므로 $\alpha > 0$ 이고 $\beta > 0$ 이다. 또한, 방정식 $t^2 - (a+1)t + 8 = 0$ 에 대해 살펴보면, 판별식 $D = (a+1)^2 - 32 > 0$ 이므로 두 실근이 존재하고, 각각을 α_1, β_1 ($\alpha_1 < \beta_1$)이라 하자. $\alpha_1 + \beta_1 = a+1 > 0$ 이고 $\alpha_1\beta_1 = 8 > 0$ 이므로 $\alpha_1 > 0$ 이고 $\beta_1 > 0$ 이다. $A \subset B$ 를 만족시키기 위해서는 $\alpha_1 \leq \alpha$ 이고 $\beta \leq \beta_1$ 이어야 하므로, 두 함수 $f(t) = t^2 - at + 7$, $g(t) = t^2 - (a+1)t + 8$ 사이의 관계는 아래 그림과 같다.



그림으로부터 $g(\alpha) \leq 0$, $g(\beta) \leq 0$ 이고, $\alpha^2 - a\alpha + 7 = 0$, $\beta^2 - a\beta + 7 = 0$ 이므로 이를 정리하면

$$g(\alpha) = \alpha^2 - a\alpha + 7 + (-\alpha + 1) = -\alpha + 1 \leq 0$$

$$g(\beta) = \beta^2 - a\beta + 7 + (-\beta + 1) = -\beta + 1 \leq 0$$

이다. 즉, $1 \leq \alpha$ 이고 $1 \leq \beta$ 이다. 이차방정식 $f(t) = 0$ 의 두 실근 α , β 가 모두 1 보다 크거나 같으려면 $f(1) \geq 0$ 이고, 이를 정리하면 $a \leq 8$ 이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 $A \subset B$ 를 만족시키는 실수 a 의 최댓값은 8 이다.

6. 문항카드6. 수학-1(오후)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 1번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 수학 II
	핵심개념 및 용어	합의 기호 \sum , 정적분의 계산
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 은

$$f(n) = \int_{-2}^2 \{(n+1)x^n + (n+2)x^{n+1}\} dx$$

이다. 다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) $f(1) + f(8)$ 의 값을 구하시오. (8점)

(2) $\sum_{n=1}^{20} \log_2 \{f(n)\}$ 의 값을 구하시오. (12점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I 에서 학습하는 수열 단원의 수열의 합과 수학 II 에서 학습하는 적분 단원의 정적분 개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학1번	교육과정	[수학 I] - III 수열 - 4. 수열의 합 ① 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [수학 II] - III 적분 - 3. 정적분 ① 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[12수학 I 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [12수학 II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 I	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.143
	천재 교과서 수학 II	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.125
	미래엔 교과서 수학 I	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.146
	미래엔 교과서 수학 II	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.122

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 수열 단원의 합의 기호 \sum , 여러 가지 수열의 합과 「수학 II」의 적분 단원의 다항함수 정적분에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 정적분의 결과로부터 함수를 찾고 합의 기호 \sum 를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	$f(1) = 16$ 을 구할 수 있다.	4
	$f(1) + f(8) = 1040$ 을 구할 수 있다.	4
1-2	n 이 홀수일 때, $f(n) = 2^{n+3}$ 을 구할 수 있다.	4
	n 이 짝수일 때, $f(n) = 2^{n+2}$ 를 구할 수 있다.	4
	$\sum_{n=1}^{20} \log_2 \{f(n)\} = 260$ 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) $f(1) + f(8)$ 의 값을 구하시오. (8점)

(풀이) 정적분을 계산하면

$$f(1) = \int_{-2}^2 (2x + 3x^2) dx = 16$$

$$f(8) = \int_{-2}^2 (9x^8 + 10x^9) dx = 1024$$

이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 값은

$$f(1) + f(8) = 16 + 1024 = 1040$$

이다.

(2) $\sum_{n=1}^{20} \log_2 \{f(n)\}$ 의 값을 구하시오. (12점)

(풀이) n 이 홀수일 때,

$$f(n) = \int_{-2}^2 (n+2)x^{n+1} dx = 2^{n+3}$$

이고, n 이 짝수일 때,

$$f(n) = \int_{-2}^2 (n+1)x^n dx = 2^{n+2}$$

이다. 따라서

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{20} \log_2 \{f(n)\} &= \sum_{k=1}^{10} \log_2 \{f(2k-1)\} + \sum_{k=1}^{10} \log_2 \{f(2k)\} \\ &= \sum_{k=1}^{10} \log_2 (2^{2k-1+3}) + \sum_{k=1}^{10} \log_2 (2^{2k+2}) \\ &= 4 \sum_{k=1}^{10} (k+1) \\ &= 4 \times \left(\frac{10 \times 11}{2} + 10 \right) \\ &= 260 \end{aligned}$$

7. 문항카드7. 수학-2(오후)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 2번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	극대와 극소, 함수의 그래프, 부등식
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

0 이 아닌 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = x^3 - ax^2 - a^2x + 1$

(나) 함수 $f(x)$ 의 모든 극값의 합은 $-\frac{22}{3}a + 2$ 이다.

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) 실수 a 의 값을 모두 구하시오. (10점)

(2) $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) + a^2 > 0$ 을 만족시킬 때,
 $f(3)$ 의 값을 구하시오. (10점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 학습하는 미분 단원의 극대와 극소, 함수의 그래프, 부등식에의 활용 개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학2번	교육과정	[수학Ⅱ] - Ⅱ 미분 - 1. 미분계수 ① 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. ② 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. ③ 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
	성취기준· 성취수준	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 Ⅱ	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.78,86,92
	미래엔 교과서 수학 Ⅱ	황선욱외8	미래엔 교과서	2020	p.82,90,95

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학Ⅱ」의 미분 단원의 극대와 극소, 함수의 그래프, 부등식에의 활용에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 극대와 극소를 찾고 함수의 그래프를 이용해 부등식에의 활용 개념을 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	함수 $f(x)$ 가 $x=a$, $-\frac{1}{3}a$ 에서 극값을 가짐을 보일 수 있다.	5
	$a=3$, -3 을 구할 수 있다.	5
2-2	문제의 조건을 만족시키는 $a=-3$ 을 구할 수 있다.	5
	$f(3)=28$ 을 구할 수 있다.	5

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 실수 a 의 값을 모두 구하시오. (10점)

(풀이) 0이 아닌 실수 a 에 대하여

$$f'(x) = 3x^2 - 2ax - a^2 = (x-a)(3x+a)$$

이므로, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$, $-\frac{1}{3}a$ 에서 극값을 갖는다. 함수 $f(x)$ 의 모든 극값의 합은

$$\begin{aligned} f(a) + f\left(-\frac{1}{3}a\right) &= (a^3 - a^3 - a^3 + 1) + \left(-\frac{1}{27}a^3 - \frac{1}{9}a^3 + \frac{1}{3}a^3 + 1\right) \\ &= -\frac{22}{27}a^3 + 2 \end{aligned}$$

이므로, 조건 (나)에 의해

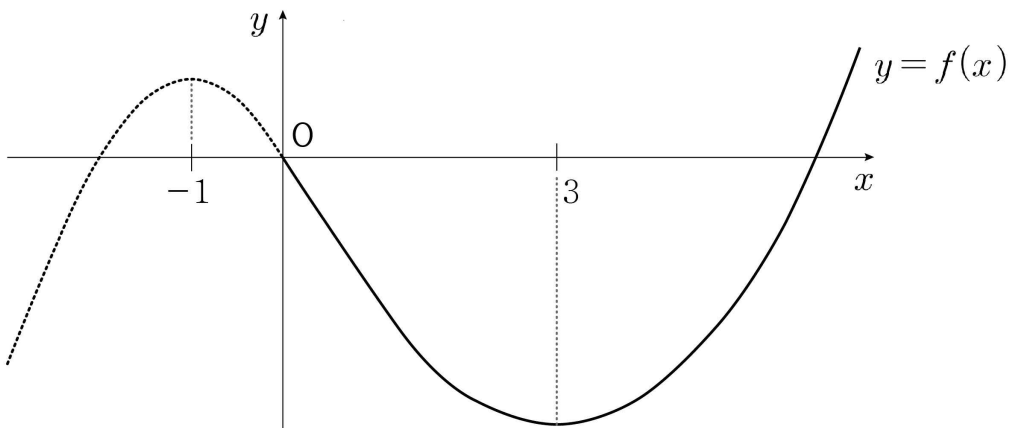
$$-\frac{22}{27}a^3 + 2 = -\frac{22}{3}a + 2$$

이다. 따라서, $a=3$, -3 이다.

(2) $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) + a^2 > 0$ 을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. (10점)

(풀이)

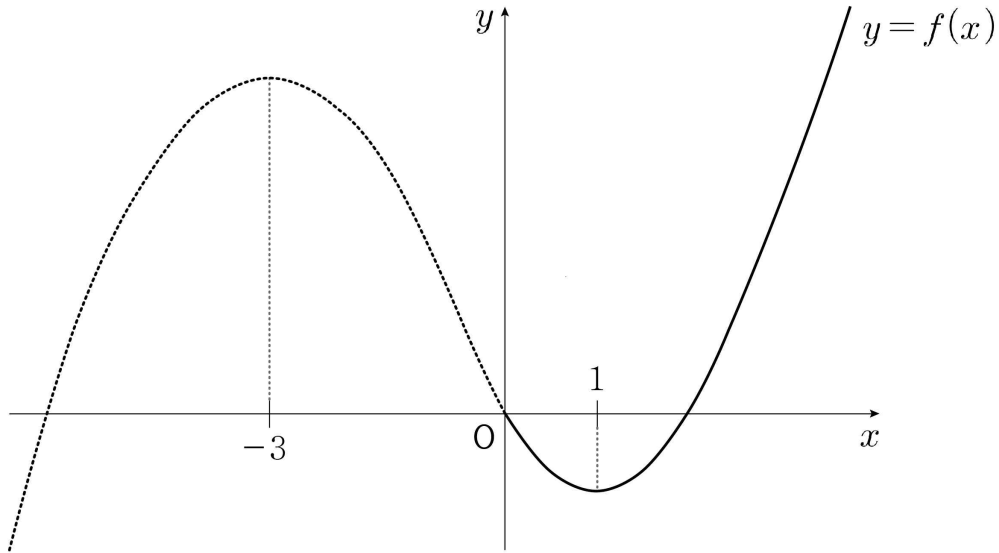
(i) $a=3$ 일 때, 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ 는 $x=3$, -1 에서 극값을 가지므로 그래프의 개형은 다음과 같다.



$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(3) = -26$ 이므로, $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에

대하여 부등식 $f(x) > -a^2 = -9$ 가 성립하지 않는다.

(ii) $a = -3$ 일 때, 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ 는 $x = -3, 1$ 에서 극값을 가지므로 그래프의 개형은 다음과 같다.



$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(1) = -4$ 이므로, $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) > -a^2 = -9$ 가 성립한다.

(i)과 (ii)의 결과를 종합하면, $a = -3$ 인 경우에만 문제의 조건을 만족하므로 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$$

이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 값은 $f(3) = 28$ 이다.

8. 문항카드8. 수학-3(오후)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 2번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 극한, 연속
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

양의 실수 a 와 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned}
 & \text{(가) } g(x) = \begin{cases} \frac{f(x) + x^2 - 1}{x^2 - a^2} & (|x| \neq a) \\ 3 & (x = a) \\ -1 & (x = -a) \end{cases} \\
 & \text{(나) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x} = 1 \\
 & \text{(다) 함수 } g(x) \text{는 실수 전체의 집합에서 연속이다.}
 \end{aligned}$$

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) $f(3)$ 의 값을 구하시오. (12점)

(2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값을 구하시오. (8점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 학습하는 함수의 극한과 연속 단원의 함수의 극한과 연속을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학3번	교육과정	[수학Ⅱ] - Ⅰ 함수의극한과 연속 - 1.함수의 극한 ① 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.
		[수학Ⅱ] - Ⅰ 함수의극한과 연속 - 3.함수의 연속 ① 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	성취기준·성취수준	[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다. [12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 Ⅱ	류희찬외10	천재교과서	2020	p.21,29
	미래엔교과서 수학 Ⅱ	황선욱외8	미래엔교과서	2020	p.18,31

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학Ⅱ」의 함수의 극한과 연속 단원의 함수의 극한과 연속에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 주어진 함수의 극한과 연속 조건을 찾아 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	식 $f(x) + x^2 - 1$ 을 $(x-a)(x+a)(x-b)$ 로 표현할 수 있다.	4
	$a = 2$, $b = -1$ 을 구할 수 있다.	4
	$f(3) = 12$ 를 구할 수 있다.	4
3-2	$g(x) = x + 1$ 을 구할 수 있다.	4
	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)} = -1$ 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) $f(3)$ 의 값을 구하시오. (12점)

(풀이) 극한

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + x^2 - 1}{x(x^2 - a^2)} \quad \text{--- ①}$$

이 존재하려면 $f(x)$ 는 삼차함수이다. 조건 (나)에 의해 식 ①의 극한값이 1이므로, $f(x)$ 에서 x^3 의 계수는 1이다.

함수 $g(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) + x^2 - 1}{x^2 - a^2} = 3 \quad \text{--- ②}$$

이다. 삼차함수 $f(x)$ 가 식 ②를 만족하기 위해서는 $f(x) + x^2 - 1$ 은 $x - a$ 의 인수를 가져야 한다. 마찬가지로, 함수 $g(x)$ 는 $x = -a$ 에서도 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow -a} g(x) = \lim_{x \rightarrow -a} \frac{f(x) + x^2 - 1}{x^2 - a^2} = -1 \quad \text{--- ③}$$

이고, $f(x) + x^2 - 1$ 은 $x + a$ 의 인수를 갖는다.

그러므로, $f(x) + x^2 - 1$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x) + x^2 - 1 = (x - a)(x + a)(x - b) \quad (\text{단, } b \text{는 실수}) \quad \text{--- ④}$$

수식 ④를 식 ②에 대입하여 정리하면

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} (x - b) = a - b = 3$$

이다. 수식 ④를 식 ③에 대입하여 정리하면

$$\lim_{x \rightarrow -a} g(x) = \lim_{x \rightarrow -a} (x - b) = -a - b = -1$$

이다. 위의 두 식을 풀면 $a = 2$, $b = -1$ 이고, 식 ④로부터 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = x^3 - 4x - 3$$

이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 함숫값은 $f(3) = 12$ 이다.

(2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값을 구하시오. (8점)

(풀이) $f(x) = x^3 - 4x - 3$ 이고 $g(x) = x + 1$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 4x - 3}{x + 1}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2-x-3)}{x+1} \\
&= \lim_{x \rightarrow -1} (x^2-x-3) \\
&= -1
\end{aligned}$$

이다.

9. 문항카드9. 수학-4(오후)

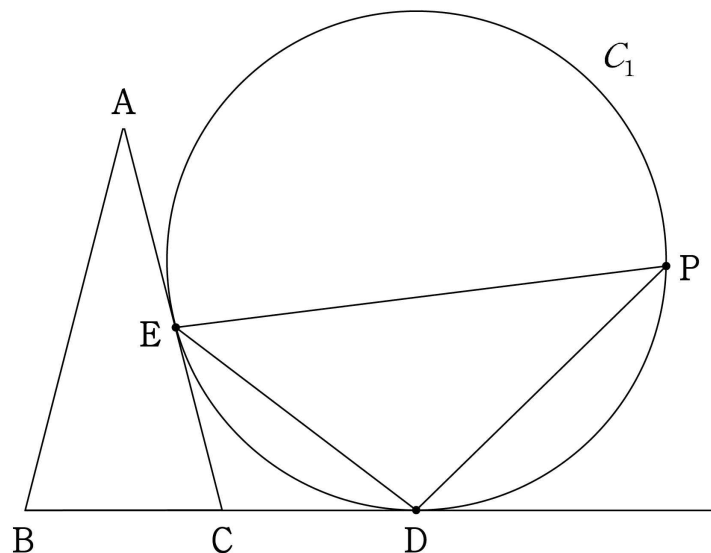
[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 4번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	사인법칙, 코사인법칙
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2$, $\overline{BC} = 1$ 인 이등변삼각형 ABC 가 있을 때, 원 C_1 위의 두 점 D , E 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 D 는 선분 BC 를 2:1로 외분하는 점이다.
 (나) 원 C_1 는 직선 BC 와 점 D 에서 접한다.
 (다) 원 C_1 는 직선 AC 와 점 E 에서 접한다.



다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) 선분 ED 의 길이를 구하시오. (8점)

(2) 원 C_1 위의 임의의 점 P 에 대하여 삼각형 PED 의 넓이의 최댓값을 구하시오. (12점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I 에서 학습하는 삼각함수 단원의 사인법칙과 코사인법칙 개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학4번	교육과정	[수학 I] - I 삼각함수 - 4.사인법칙과 코사인법칙 ① 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	성취기준· 성취수준	[12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 I	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.97,101
	미래엔 교과서 수학 I	황선욱외8	미래엔 교과서	2020	p.97,102

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 삼각함수 단원의 사인법칙과 코사인법칙에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 삼각함수 단원의 사인법칙과 코사인법칙을 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

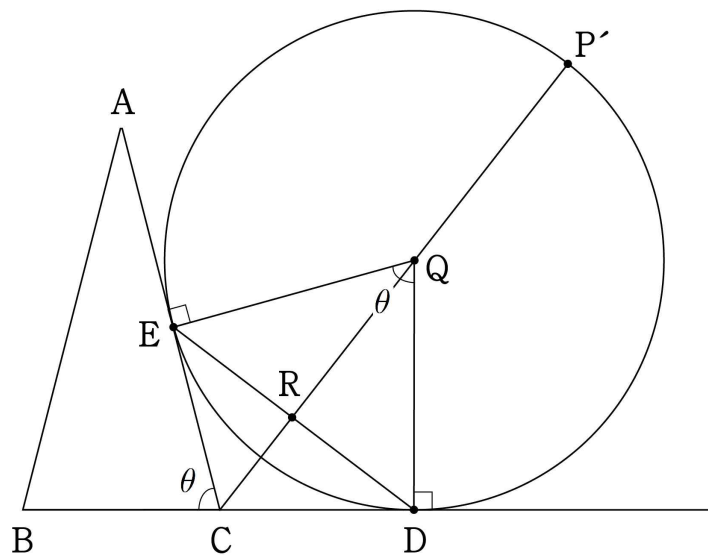
6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	$\cos \theta = \frac{1}{4}$ 을 구할 수 있다. (단, $\angle ACB = \theta$) (또는 $\cos(\pi - \theta) = -\frac{1}{4}$ 을 구할 수 있다.)	4
	$\overline{ED} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ 을 구할 수 있다.	4
4-2	원 C_1 의 반지름 $\overline{EQ} = \frac{\sqrt{15}}{3}$ 를 구할 수 있다.	4
	$\overline{QR} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$ 을 구할 수 있다.	4
	삼각형 PED의 넓이의 최댓값인 $\frac{5\sqrt{15}}{24} + \frac{5\sqrt{6}}{12}$ 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 선분 ED의 길이를 구하시오. (8점)

(풀이)



위의 그림과 같이 $\angle ACB = \theta$ 라 하자. 이등변삼각형 ABC 의 각 변의 길이가 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2$, $\overline{BC} = 1$ 이므로, $\cos \theta = \frac{1}{4}$ 이다. 또한, 점 D 는 선분 BC 를 2:1로

외분하는 점이므로 $\overline{CD} = 1$ 이고, $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{CE} = 1$ 이다. 삼각형 CDE 에 대하여 코사인법칙을 적용하면

$$\begin{aligned}\overline{ED}^2 &= \overline{CE}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \times \overline{CD} \times \overline{CE} \times \cos(\pi - \theta) \\ &= 1 + 1 - 2 \times 1 \times 1 \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

이다. 따라서, 선분 ED 의 길이는 $\frac{\sqrt{10}}{2}$ 이다.

(2) 원 C_1 위의 임의의 점 P 에 대하여 삼각형 PED 의 넓이의 최댓값을 구하시오.
(12점)

(풀이) 원 C_1 의 중심을 Q 라 하자. 두 삼각형 QEC 와 QCD 가 직각삼각형이므로, 네 점 Q, E, C, D 는 지름이 \overline{QC} 인 원 위에 있다. 이등변삼각형 ABC 의 각 변의 길이가 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2$, $\overline{BC} = 1$ 이므로, $\sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$ 이다. $\angle DQE = \theta$ 이므로, 삼각형 QED 에 대하여 사인법칙을 적용하면

$$\overline{QC} = \frac{\overline{ED}}{\sin \theta} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

이고, 직각삼각형 QEC 에 대하여 $\overline{EQ}^2 = \overline{QC}^2 - \overline{EC}^2$ 이므로 $\overline{EQ} = \frac{\sqrt{15}}{3}$ 이다.

직선 QC 와 원 C_1 가 만나는 점 중에 점 C 와의 거리가 가장 먼 점을 P', 선분 ED 와 선분 QC 가 만나는 점을 R 이라 할 때,

$$\overline{ER} = \frac{1}{2} \overline{ED} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

이고, 직각삼각형 EQR 에 대하여 $\overline{QR}^2 = \overline{EQ}^2 - \overline{ER}^2$ 이므로 $\overline{QR} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$ 이다.

원 C_1 위의 임의의 점 P 가 점 P' 에 위치할 때, 삼각형 PED 의 넓이가 최대이고,

$\overline{P'Q} = \overline{EQ} = \frac{\sqrt{15}}{3}$ 이므로, 삼각형 P'ED 의 넓이는

$$\triangle P'ED = \frac{1}{2} \times \overline{ED} \times (\overline{QR} + \overline{P'Q})$$

$$= \frac{5\sqrt{15}}{24} + \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 삼각형 **PED**의 넓이의 최댓값은

$$\frac{5\sqrt{15}}{24} + \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

이다.

10. 문항카드10. 수학-5(오후)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 5번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	합의 기호 \sum
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 A_n 이라 하자.

(가) a 는 n 이하의 자연수이다.

(나) b 는 자연수이다.

(다) $-a + n + 1 - \frac{1}{n+2} < b \leq n + 2 + \frac{1}{a-n-1}$

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) A_1 과 A_2 의 값을 각각 구하시오. (8점)

(2) $\sum_{n=1}^{20} A_n$ 의 값을 구하시오. (12점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I에서 학습하는 수열 단원의 수열의 합개념을 이해하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학2번	교육과정	[수학 I] - Ⅲ 수열 - 4.수열의 합 ① Σ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ② 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다.
	성취기준	[12수학 I 03-04] Σ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	성취수준	[12수학 I 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 I	류희찬외10	천재 교과서	2020	p.140,143
	미래엔 교과서 수학 I	황선욱외8	미래엔 교과서	2020	p.143,146

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 수열 단원의 합의 기호 Σ , 여러 가지 수열의 합에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 규칙을 찾아 일반항을 찾는 뒤 합의 기호 Σ 를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
5-1	$A_1 = 2$ 를 구할 수 있다.	4
	$A_2 = 5$ 를 구할 수 있다.	4
5-2	n 이하의 자연수 a 가 주어질 때, 문제의 조건을 만족시키는 (a, b) 의 순서쌍의 개수 $a+1$ 을 구할 수 있다.	4
	$A_n = \frac{1}{2}(n^2 + 3n)$ 을 구할 수 있다.	4
	$\sum_{n=1}^{20} A_n = 1750$ 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) A_1 과 A_2 의 값을 각각 구하시오. (8점)

(풀이)

(i) $n = 1$ 일 때, 조건 (가)에 의해 $a = 1$ 이다. 또한, 조건 (다)로부터

$$2 - \frac{1}{3} - 1 < b \leq 3 + \frac{1}{-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2}{3} < b \leq 2$$

이므로, $b = 1, 2$ 이다. 문제의 조건을 만족시키는 (a, b) 의 순서쌍은 $(1, 1), (1, 2)$ 이므로, $A_1 = 2$ 이다.

(ii) $n = 2$ 일 때, 조건 (가)에 의해 $a = 1, 2$ 이다.

① $a = 1$ 일 때, 조건 (다)로부터

$$3 - \frac{1}{4} - 1 < b \leq 4 + \frac{1}{-2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{7}{4} < b \leq \frac{7}{2}$$

이므로, $b = 2, 3$ 이다.

② $a = 2$ 일 때, 조건 (다)로부터

$$3 - \frac{1}{4} - 2 < b \leq 4 + \frac{1}{-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{4} < b \leq 3$$

이므로, $b = 1, 2, 3$ 이다. 문제의 조건을 만족시키는 (a, b) 의 순서쌍은 $(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)$ 이므로, $A_2 = 5$ 이다.

(2) $\sum_{n=1}^{20} A_n$ 의 값을 구하시오. (12점)

(풀이) n 이하의 자연수 a 가 주어질 때, 문제의 조건을 만족시키는 (a, b) 의 순서쌍의 개수를 구해보자. 조건 (다)의 부등식을 정리하면

$$n - a + \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) < b \leq n + 2 + \frac{1}{-1 - (n-a)} \quad \text{--- ①}$$

이다. $0 < 1 - \frac{1}{n+2} < 1$ 이고 $-1 \leq \frac{1}{-1 - (n-a)} < 0$ 이므로, 식 ①로부터 자연수 b 는

$$b = n - a + 1, n - a + 2, \dots, n + 1$$

이다. 문제의 조건을 만족시키는 (a, b) 의 순서쌍은

$$(a, n - a + 1), (a, n - a + 2), \dots, (a, n + 1)$$

이다. n 이하의 자연수 a 가 주어질 때, 문제의 조건을 만족시키는 (a, b) 의 순서쌍의 개수는 $a + 1$ 이므로, 자연수 n 에 대하여 문제의 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수 A_n 은

$$A_n = \sum_{a=1}^n (a+1) = \frac{n(n+1)}{2} + n = \frac{1}{2}(n^2 + 3n)$$

이다. 따라서, 문제에서 구하고자 하는 값은

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{20} A_n &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{20} (n^2 + 3n) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{20 \times 21 \times 41}{6} + 3 \times \frac{20 \times 21}{2} \right) \\ &= 1750 \end{aligned}$$

이다.