2. 대학별 고사 문항카드 및 정답/해설

〈논술고사〉

## 1) 문항카드 1

### [한국공학대학교 문항정보]

### 1. 일반정보

| | | |
|---|---|---|
| 유형 | ☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술(논술우수자) | |
| 해당 대학의 계열(과목)/ 문항번호 | 공학계열(수학) / 오전 1번 문항 | |
| 출제범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학 I |
| | 핵심 개념 및 용어 | 지수함수와 로그함수, 역함수, 코사인법칙 |
| 예상소요 시간 | 20분 / 전체 80분 | |

### 2. 문항 및 제시문

## [1-1] [10점]

함수 $f(x)=\log_3(x-1)+2$에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $g(3)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(2) 함수 $y=g(x)$의 그래프의 점근선을 직선 $y=p$라 하자. 함수 $y=\log_2 x-p$의 그래프와 직선 $y=p$가 만나는 점의 $x$좌표를 $k$라 할 때, $k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, $p$는 상수이다.)

## [1-2] [10점]

자연수 $n$에 대하여 문제 [1-1]의 함수 $y=g(x)$의 그래프와 함수 $y=g(-x+n)$의 그래프가 만나는 점의 좌표를 $(a_n, b_n)$이라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $a_n$과 $b_n$을 $n$에 관한 식으로 나타내는 과정을 서술하시오.

(2) 두 점 $\mathrm{P}(a_4, b_4)$, $\mathrm{Q}(a_6, b_6)$에 대하여 삼각형 OPQ에서 $\cos(\angle\mathrm{POQ})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, O는 원점이다.)

## [1-3] [10점]

문제 [1-1]의 (2)에서 구한 $k$에 대하여 직선 $y=\frac{k}{4}$와 함수 $y=\log_a x\ (a>1,\ a\neq 4)$의 그래프가

만나는 점을 A, 직선 $y=\frac{k}{4}$와 함수 $y=\log_4 x$의 그래프가 만나는 점을 B라 하자.
점 $\mathrm{C}(1,1)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AC}}$를 만족시키는 $a$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

## 3. 출제 의도

지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해하고, 코사인법칙을 이용하여 이를 활용할 수 있으며 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

1-1. 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 지수와 로그의 성질을 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.
1-2. 두 로그함수 그래프의 교점을 구하고, 코사인법칙을 이용하여 코사인 값을 구할 수 있는지를 평가한다.
1-3. 로그함수의 그래프의 성질을 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

## 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|---|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 문제 1-1 | [수학 Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수<br>[12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. |
| 문제 1-2 | [수학 Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수<br>[12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.<br>[수학 Ⅰ] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수<br>[12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |
| 문제 1-3 | [수학 Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수<br>[12수학Ⅰ01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다. |

나) 자료출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|---|---|---|---|---|---|
| 고등학교 도서 | 수학 I | 권오남 외 | ㈜교학사 | 2020 | 46-54, 59-62, 69, 100-102 |
| | | 고성은 외 | 좋은책 신사고 | 2020 | 40-45, 49-52, 95-97 |

## 5. 문항해설

1-1. 지수함수, 로그함수의 점근선을 이해하고 로그함수와 직선의 교점을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

1-2. 지수함수와 로그함수의 성질을 이용하여 두 로그함수의 그래프의 교점을 구하고 코사인 법칙을 이용해 코사인 값을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

1-3. 로그함수 그래프의 성질을 이용하여 로그함수와 직선이 만나는 점의 좌표를 이해할 수 있는지를 묻는 문제이다.

## 6. 채점기준 ※ 선다형의 경우 생략 가능

| 하위문항 | 채점기준 | 배점 |
|---|---|---|
| 문제 1-1 | $g(3)=4$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 함수 $y=g(x)$의 그래프의 점근선 직선 $y=1$을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 함수 $y=\log_2 x-p$의 그래프와 직선 $y=p$가 만나는 점의 $x$좌표 $k=4$를 바르게 구한 경우 | 4 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 1-2 | 두 함수의 그래프의 교점의 $x$좌표 $a_n=\frac{n}{2}$을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 두 함수의 그래프의 교점의 $y$좌표 $b_n=3^{\frac{n}{2}-2}+1$을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 두 점 $\mathrm{P}(2,2)$, $\mathrm{Q}(3,4)$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | $\cos(\angle \mathrm{POQ})=\frac{7\sqrt{2}}{10}$를 바르게 구한 경우 | 4 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 1-3 | $1<a<4$일 때 $a=2$를 바르게 구한 경우 | 4 |
| | $a>4$일 때 $a=-2$이면 조건을 만족시키지 못함을 바르게 설명한 경우 | 4 |
| | 조건 $a>1$, $a\neq 4$를 만족하는 $a=2$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |

| 7. 예시답안 혹은 정답 ※ 선다형의 경우 정답만 기입 |
|---|

# [문제1] [총 30점]

## [1-1] [10점]

함수 $f(x)=\log_3(x-1)+2$에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $g(3)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(2) 함수 $y=g(x)$의 그래프의 점근선을 직선 $y=p$라 하자. 함수 $y=\log_2 x-p$의 그래프와 직선 $y=p$가 만나는 점의 $x$좌표를 $k$라 할 때, $k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, $p$는 상수이다.)

**(예시답안)**

(1) $g(3)=\alpha$라 하면, $f(\alpha)=3$

$\log_3(\alpha-1)+2=3$, $\alpha-1=3$, $\alpha=4$

따라서 $g(3)=4$

(2) 함수 $f(x)=\log_3(x-1)+2$의 그래프의 점근선은 직선 $x=1$

함수 $g(x)$는 $f(x)$의 역함수이므로 함수 $y=g(x)$의 그래프의 점근선은 직선 $y=1$

따라서 $p=1$

함수 $y=\log_2 x-p=\log_2 x-1$의 그래프와 직선 $y=1$이 만나는 점의 $x$좌표는 $\log_2 x-1=1$,

$\log_2 x=2$ 에서 $x=4$

따라서 $k=4$

## [1-2] [10점]

자연수 $n$에 대하여 문제 [1-1]의 함수 $y=g(x)$의 그래프와 함수 $y=g(-x+n)$의 그래프가 만나는 점의 좌표를 $(a_n, b_n)$이라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $a_n$과 $b_n$을 $n$에 관한 식으로 나타내는 과정을 서술하시오.

(2) 두 점 $\mathrm{P}(a_4, b_4)$, $\mathrm{Q}(a_6, b_6)$에 대하여 삼각형 OPQ에서 $\cos(\angle\mathrm{POQ})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, O는 원점이다.)

**(예시 답안)**

(1) 함수 $g(x)$는 $f(x)$의 역함수이므로

함수 $y=f(x)$의 그래프는 함수 $-y+n=f(x)$의 그래프와 $(b_n, a_n)$에서 만난다.

$$a_n=\log_3(b_n-1)+2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ㉠$$

$$-a_n+n=\log_3(b_n-1)+2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $a_n=\frac{n}{2}$, $b_n=3^{\frac{n}{2}-2}+1$

(2) $a_n = \dfrac{n}{2}$, $b_n = 3^{\frac{n}{2}-2}+1$에서

$a_4 = 2$, $b_4 = 3^{\frac{4}{2}-2}+1 = 2$이므로 $\mathrm{P}(2,\ 2)$

$a_6 = 3$, $b_6 = 3^{\frac{6}{2}-2}+1 = 4$이므로 $\mathrm{Q}(3,\ 4)$

이때 $\overline{\mathrm{OP}} = 2\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{OQ}} = 5$, $\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{5}$이므로 삼각형 POQ에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle \mathrm{POQ}) = \frac{\overline{\mathrm{OP}}^2 + \overline{\mathrm{OQ}}^2 - \overline{\mathrm{PQ}}^2}{2\times\overline{\mathrm{OP}}\times\overline{\mathrm{OQ}}} = \frac{(2\sqrt{2})^2 + 5^2 - (\sqrt{5})^2}{2\times 2\sqrt{2}\times 5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

## [1-3] [10점]

문제 [1-1]의 (2)에서 구한 $k$에 대하여 직선 $y = \dfrac{k}{4}$와 함수 $y = \log_a x\ (a > 1,\ a \neq 4)$의 그래프가 만나는 점을 A, 직선 $y = \dfrac{k}{4}$와 함수 $y = \log_4 x$의 그래프가 만나는 점을 B라 하자.

점 $\mathrm{C}(1,\ 1)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AC}}$를 만족시키는 $a$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

**(예시 답안)**

$\mathrm{A}(a, 1)$, $\mathrm{B}(4, 1)$, $\mathrm{C}(1, 1)$

$\overline{\mathrm{AB}} = |a-4|$, $\overline{\mathrm{AC}} = |a-1|$

문제 조건 $\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AC}}$에 의하여

$|a-4| = 2|a-1|$

양변을 제곱하여 풀면

$(a-4)^2 = 4(a-1)^2$, $a = 2$ 또는 $a = -2$

이때 $a > 1$이므로 $a = 2$.

2) 문항카드 2

## [한국공학대학교 문항정보]

### 1. 일반정보

| | | |
|---|---|---|
| 유형 | ☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술(논술우수자) | |
| 해당 대학의 계열(과목)/문항번호 | 공학계열(수학) / 오전 2번 문항 | |
| 출제범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학Ⅱ |
| | 핵심 개념 및 용어 | 도함수의 활용, 정적분의 활용 |
| 예상소요 시간 | 20분 / 전체 80분 | |

### 2. 문항 및 제시문

## [문제2] [총 30점]

### [2-1] [10점]

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+2$가 $x=2$에서 극솟값 $-2$를 가질 때, 다음 물음에 답하시오.
(단, $a, b$는 상수이다.)

(1) 함수 $f(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.

(2) (1)에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(3, f(3))$을 지나고 점 $\mathrm{P}$에서의 접선과 수직인 직선의 방정식을 구하는 과정을 서술하시오.

### [2-2] [10점]

문제 [2-1]의 (1)에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x-1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

### [2-3] [10점]

문제 [2-1]의 (1)에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(3-c)x^2+cx-2$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 실수 $c$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

| |
|---|
| 임의의 서로 다른 두 실수 $x_1$, $x_2$에 대하여 $(x_1-x_2)\{g(x_1)-g(x_2)\}>0$이다. |

## 3. 출제 의도

함수의 접선의 방정식을 구할 수 있고, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있으며, 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가한다.

2-1. 극솟값을 갖는 점에서의 함수의 성질을 통해 곡선 위의 주어진 점에서 접선과 수직인 직선을 구할 수 있는지를 평가한다.

2-2. 곡선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는지를 평가한다.

2-3. 함수가 증가하기 위한 조건을 알고 있는지를 평가한다.

## 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|---|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 문제 2-1 | [수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용<br>[12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다.<br>[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. |
| 문제 2-2 | [수학Ⅱ] - (3) 미분 - ③ 정적분의 활용<br>[12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. |
| 문제 2-3 | [수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용<br>[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. |

나) 자료출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|---|---|---|---|---|---|
| 고등학교 도서 | 수학Ⅱ | 황선옥 외 | 미래앤 | 2020 | 73-75, 82-89, 135-141 |
| | | 류희찬 외 | 천재교과서 | 2020 | 67-70, 78-84, 131-137 |

## 5. 문항해설

2-1. 극솟값을 갖는 점에서의 함수의 성질을 알고 있는지와 곡선 위의 주어진 점에서 접선과 수직인 직선을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

2-2. 곡선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

2-3. 함수가 증가하기 위한 조건을 알고 있는지를 묻는 문제이다.

| 6. 채점기준 ※ 선다형의 경우 생략 가능 |
|---|

| 하위문항 | 채점기준 | 배점 |
|---|---|---|
| 문제 2-1 | $a=-3$, $b=0$을 바르게 구한 경우 | 4 |
| | 함수 $f(x)=x^3-3x^2+2$를 바르게 구한 경우 | 1 |
| | 점 P에서의 접선과 수직인 직선의 기울기 $-\frac{1}{9}$을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 직선의 방정식 $y=-\frac{1}{9}x+\frac{7}{3}$을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 2-2 | 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x-1$의 교점의 $x$좌표 $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=3$을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x-1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 나타내는 식을 바르게 구한 경우 | 5 |
| | 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x-1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 2-3 | $g(x)$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 모든 실수 $x$에 대하여 $g'(x)\geq 0$ ( $3x^2-2cx+c\geq 0$)을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $g'(x)\geq 0$의 해를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 실수 $c$의 최댓값을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |

| 7. 예시답안 혹은 정답 ※ 선다형의 경우 정답만 기입 |
|---|

# [문제2] [총 30점]

## [2-1] [10점]

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+2$가 $x=2$에서 극솟값 $-2$를 가질 때, 다음 물음에 답하시오.
(단, $a, b$는 상수이다.)

(1) 함수 $f(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.

(2) (1)에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(3, f(3))$을 지나고 점 P에서의 접선과 수직인 직선의 방정식을 구하는 과정을 서술하시오.

**(예시 답안)**

(1) 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 극솟값 $-2$를 가지므로 $f(2)=-2$, $f'(2)=0$

$f(2) = -2$ 에서 $8+4a+2b+2 = -2$

$$2a+b = -6 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{㉠}$$

$f'(x) = 3x^2+2ax+b$ 이고 $f'(2) = 0$ 에서 $12+4a+b = 0$

$$4a+b = -12 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{㉡}$$

㉠과 ㉡을 연립하여 계산하면 $a = -3,\ b = 0$. 따라서 $f(x) = x^3-3x^2+2$

(2) $f(x) = x^3-3x^2+2,\ f'(x) = 3x^2-6x$ 에서 $f(3) = 2,\ f'(3) = 9$ 이므로 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(3, 2)$ 에서 접선과 수직인 직선의 기울기는 $-\dfrac{1}{9}$

따라서 점 $\mathrm{P}(3, 2)$를 지나고 점 $\mathrm{P}$ 에서의 접선과 수직인 직선의 방정식은

$$y-2 = -\frac{1}{9}(x-3),\ y = -\frac{1}{9}x+\frac{7}{3}$$

## [2-2] [10점]

문제 [2-1]의 (1)에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = x-1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

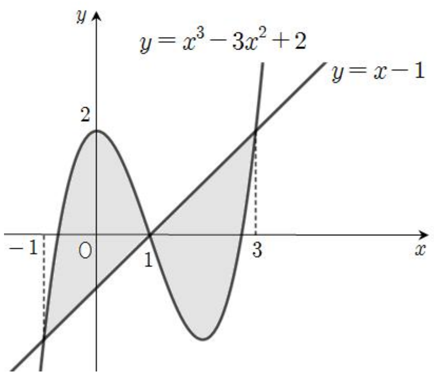
**(예시 답안)**

$f(x) = x^3-3x^2+2$ 이므로 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = x-1$의 교점의 $x$좌표는

$$x^3-3x^2+2 = x-1,\ x^3-3x^2-x+3 = 0$$

$$(x+1)(x-1)(x-3) = 0$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$




따라서 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = x-1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S$라 하면

$$S = \int_{-1}^{1}\{(x^3-3x^2+2)-(x-1)\}dx + \int_{1}^{3}\{(x-1)-(x^3-3x^2+2)\}dx$$

$$= \int_{-1}^{1}(x^3-3x^2-x+3)dx + \int_{1}^{3}(-x^3+3x^2+x-3)dx$$

$$= 2\int_{0}^{1}(-3x^2+3)dx + \int_{1}^{3}(-x^3+3x^2+x-3)dx$$

$$= 2\left[-x^3+3x\right]_0^1 + \left[-\frac{1}{4}x^4+x^3+\frac{1}{2}x^2-3x\right]_1^3$$

$$= 4+4 = 8$$

## [2-3] [10점]

문제 [2-1] 의 (1) 에서 구한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + (3-c)x^2 + cx - 2$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 실수 $c$ 의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

| |
|---|
| 임의의 서로 다른 두 실수 $x_1,\ x_2$ 에 대하여 $(x_1 - x_2)\{g(x_1) - g(x_2)\} > 0$ 이다. |

**(예시 답안)**

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 이므로

$$g(x) = f(x) + (3-c)x^2 + cx - 2 = x^3 - cx^2 + cx$$

$(x_1 - x_2)\{g(x_1) - g(x_2)\} > 0$ 에서

$$x_1 > x_2 \text{ 이면 } g(x_1) > g(x_2) \text{ 이고 } x_1 < x_2 \text{ 이면 } g(x_1) < g(x_2)$$

이므로 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가한다. 따라서 모든 실수 $x$ 에 대하여 $g'(x) \geq 0$ 이다. $g'(x) = 3x^2 - 2cx + c$ 에서

$$3x^2 - 2cx + c \geq 0$$

이때 이차방정식 $3x^2 - 2cx + c = 0$ 의 판별식을 $D$ 라 하면 $D \leq 0$ 이어야 한다.

$$D = 4c^2 - 12c \leq 0,\ 4c(c-3) \leq 0,\ 0 \leq c \leq 3$$

따라서 구하는 실수 $c$ 의 최댓값은 $3$

3) 문항카드 3

### [한국공학대학교 문항정보]

| 1. 일반정보 |
|---|

| 유형 | ☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사 | |
|---|---|---|
| 전형명 | 논술(논술우수자) | |
| 해당 대학의 계열(과목)/문항번호 | 공학계열(수학) / 오전 3번 문항 | |
| 출제범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학Ⅱ |
| | 핵심 개념 및 용어 | 평균변화율, 미분계수와 도함수, 도함수의 활용, 정적분 |
| 예상소요 시간 | 40분 / 전체 80분 | |

| 2. 문항 및 제시문 |
|---|

## [문제3] [총 40점]

### [3-1] [10점]

최고차항의 계수가 $1$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$와 양수 $p$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $f'(-1)=0,\ f'(2)=0$

(나) $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx=-2$

(다) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(p+h)-f(p-2h)}{h}=-18$

### [3-2] [15점]

문제 [3-1]에서 구한 함수 $f(x)$와 $p$에 대하여 다항함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 다음 물음에 답하시오.

| |
|---|
| (가) $g(p) = -p$<br>(나) 모든 실수 $x$에 대하여<br>$xg(x) = 2f(x) + ax^2 + 12x - 13 + \int_1^x g(t)dt$<br>이다. (단, $a$는 상수이다.) |

(1) $a$의 값과 함수 $g(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.
(2) 함수 $g(x)$에서 $x$의 값이 $1$에서 $3$까지 변할 때의 평균변화율이 $kg'(1)$의 값과 같게 되도록 하는 실수 $k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

## [3-3] [15점]

문제 [3-2]의 (1)에서 구한 함수 $g(x)$와 양의 실수 $t$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x) = \frac{1}{3}\{g(x)+4\} - 2tx$$

라 하자. 닫힌구간 $[0, 1]$에서 함수 $y = |h(x)|$의 최댓값을 $M(t)$라 할 때, 함수 $M(t)$와 $M'\left(\frac{2}{3}\right)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

## 3. 출제 의도

미분계수의 정의를 알고, 그 값을 구하는지를 평가한다. 다항함수의 정적분을 구할 수 있고, 함수의 미분법을 알고 도함수를 구할 수 있는지를 평가한다. 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있으며 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있는지를 평가한다.

3-1. 미분계수의 정의를 이해하고 정적분을 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는지를 평가한다.
3-2. 정적분으로 정의된 함수를 구하고 평균변화율과 미분계수와의 관계를 이해하여 관련된 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.
3-3. 주어진 함수의 그래프를 이해하고 조건을 만족시키는 새로운 함수를 구하고 미분계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

## 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|---|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 문제 3-1 | [수학Ⅱ] - (2) 미분 - ① 미분계수<br>[12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.<br>[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ② 정적분<br>[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. |

| | |
|---|---|
| 문제<br>3-2 | [수학 II] - (2) 미분 - ① 미분계수<br>[12수학 II 02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.<br>[수학 II] - (2) 미분 - ② 도함수<br>[12수학 II 02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.<br>[수학 II] - (3) 적분 - ② 정적분<br>[12수학 II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. |
| 문제<br>3-3 | [수학 II] - (2) 미분 - ② 도함수<br>[12수학 II 02-04] 함수 $y=x^n$($n$은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다.<br>[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용<br>[12수학 II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.<br>[12수학 II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. |

나) 자료출처

| 참고도서 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행연도 | 쪽수 |
|---|---|---|---|---|---|
| 고등학교 교과서 | 수학 II | 이준열 외 | 천재교육 | 2020 | 53-58, 62-68, 83-97, 121-126 |
| | | 권오남 외 | ㈜ 교학사 | 2020 | 54-59, 68-74, 88-99, 134-136 |

## 5.문항해설

3-1. 미분계수의 정의를 이해하고 정적분을 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

3-2. 정적분으로 정의된 함수를 구하고 평균변화율과 미분계수와의 관계를 이해하여 관련된 문제를 해결할 수 있는지를 묻는 문제이다.

3-3. 주어진 함수의 그래프를 이해하고 조건을 만족시키는 새로운 함수를 구하고 미분계수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

## 6. 채점기준 ※ 선다형의 경우 생략 가능

| 하위문항 | 채점기준 | 배점 |
|---|---|---|
| 문제<br>3-1 | $f'(x)=3x^2-3x-6$ 을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | $f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+5$ 를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $\lim_{h\to 0}\frac{f(p+h)-f(p-2h)}{h}=3f'(p)$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $p=1$을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |

| | | |
|---|---|---|
| 문제 3-2 | $a=3$을 바르게 구한 경우 | 5 |
| | $g(x)+xg'(x)=6x^2-6x+2ax+g(x)$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | $g(x)=3x^2-4$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $y=g(x)$에서 $x$의 값이 $1$에서 $3$까지 변할 때의 평균변화율을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $k=2$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 3-3 | 곡선 $y=x^2-2tx$와 직선 $y=t^2$의 교점의 $x$좌표, $x=(1-\sqrt{2})t$ 또는 $x=(1+\sqrt{2})t$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $t>1$일 때 함수 $M(t)$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $t\le 1<(1+\sqrt{2})t$일 때 함수 $M(t)$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $(1+\sqrt{2})t\le 1$일 때 함수 $M(t)$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 함수 $M(t)$를 바르게 구한 경우 | 1 |
| | $M'\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |

## 7. 예시답안 혹은 정답 ※ 선다형의 경우 정답만 기입

# [문제3] [총 40점]

## [3-1] [10점]

최고차항의 계수가 $1$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$와 양수 $p$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $f'(-1)=0,\ f'(2)=0$

(나) $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx=-2$

(다) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(p+h)-f(p-2h)}{h}=-18$

**(예시 답안)**

조건 (가)에서 $f'(-1)=0,\ f'(2)=0$이므로

$$f'(x)=3(x+1)(x-2)=3x^2-3x-6$$

$f'(x)=3x^2-3x-6$에서 $f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+C$ ($C$는 적분상수)

조건 (나)에서

$$\int_0^2\left(x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+C\right)dx=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^3-3x^2+Cx\right]_0^2$$
$$=4-4-12+2C$$
$$=2C-12=-2$$

에서 $C=5$

따라서 $f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+5$

조건 (다)에서

$$\begin{aligned}\lim_{h\to 0}\frac{f(p+h)-f(p-2h)}{h}&=\lim_{h\to 0}\frac{\{f(p+h)-f(p)\}-\{f(p-2h)-f(p)\}}{h}\\&=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(p+h)-f(p)}{h}+2\times\frac{f(p-2h)-f(p)}{-2h}\right\}\\&=3f'(p)\end{aligned}$$

$3f'(p)=-18$ 이므로 $f'(p)=-6$, $3p^2-3p-6=-6$, $p^2-p=0$, $p=0$ 또는 $p=1$

이때 $p>0$ 이므로 $p=1$

## [3-2] [15점]

문제 [3-1]에서 구한 함수 $f(x)$와 $p$에 대하여 다항함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 다음 물음에 답하시오.

> (가) $g(p)=-p$
>
> (나) 모든 실수 $x$에 대하여
>
> $$xg(x)=2f(x)+ax^2+12x-13+\int_1^x g(t)dt$$
>
> 이다. (단, $a$는 상수이다.)

(1) $a$의 값과 함수 $g(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.

(2) 함수 $g(x)$에서 $x$의 값이 $1$에서 $3$까지 변할 때의 평균변화율이 $kg'(1)$의 값과 같게 되도록 하는 실수 $k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

**(예시 답안)**

(1) $f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+5$, $p=1$

조건 (가)에서

$$g(1)=-1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ㉠$$

조건 (나)에서

$$xg(x)=2x^3-3x^2-12x+10+ax^2+12x-13+\int_1^x g(t)dt$$

$$xg(x)=2x^3-3x^2+ax^2-3+\int_1^x g(t)dt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{㉡}$$

㉡의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $g(1)=a-4$, ㉠에서 $a=3$

㉡의 양변을 $x$에 대하여 미분하면

$$g(x)+xg'(x)=6x^2-6x+2ax+g(x)$$

에서 $xg'(x)=6x^2-6x+2ax$. $g'(x)$는 다항함수이고 $a=3$이므로 $g'(x)=6x$

이때 $g(x)=3x^2+C$ ($C$는 적분상수)

㉠에서 $g(1)=-1$이므로 $C=-4$

따라서 $g(x)=3x^2-4$

(2) 함수 $y=g(x)$에서 $x$의 값이 $1$에서 $3$까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{g(3)-g(1)}{3-1}=\frac{23-(-1)}{2}=12$$

이고 $g'(x)=6x$, $g'(1)=6$ 이므로 $6k=12$에서 $k=2$

## [3-3] [15점]

문제 [3-2]의 (1)에서 구한 함수 $g(x)$와 양의 실수 $t$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\frac{1}{3}\{g(x)+4\}-2tx$$

라 하자. 닫힌구간 $[0, 1]$에서 함수 $y=|h(x)|$의 최댓값을 $M(t)$라 할 때, 함수 $M(t)$와 $M'\left(\frac{2}{3}\right)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

**(예시 답안)**

$g(x)=3x^2-4$에서

$$\begin{aligned} h(x)&=\frac{1}{3}\{g(x)+4\}-2tx \\ &=x^2-2tx=x(x-2t) \end{aligned}$$

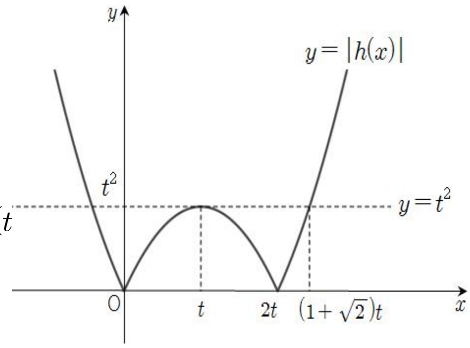
$h(x)=(x-t)^2-t^2$이므로 $x=t$일 때 $|h(t)|=t^2$

곡선 $y=x^2-2tx$와 직선 $y=t^2$의 교점의 $x$좌표는

$x^2-2tx=t^2$, $x^2-2tx-t^2=0$

에서

$$x=(1-\sqrt{2})t \text{ 또는 } x=(1+\sqrt{2})t$$




이므로 닫힌구간 $[0,1]$에서 함수 $y=|h(x)|$의 최댓값 $M(t$

( i ) $t>1$일 때 $M(t)=|h(1)|=|1-2t|=2t-1$

( ii ) $t\le 1<(1+\sqrt{2})t$일 때,

즉, $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}<t\le 1$일 때 $M(t)=|h(t)|=t^2$

(iii) $(1+\sqrt{2})t\le 1$일 때,

즉, $t\le\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ 일 때 $M(t)=|h(1)|=|1-2t|=-2t+1$

( i ), ( ii ), (iii) 에 의해 함수 $M(t)$는

$$M(t)=\begin{cases}-2t+1 & (0<t\le\sqrt{2}-1)\\ t^2 & (\sqrt{2}-1<t\le 1)\\ 2t-1 & (t>1)\end{cases}$$

이고 $\sqrt{2}-1<\dfrac{2}{3}<1$이므로 $M'(t)=2t$. 따라서 $M'\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{4}{3}$

## 4) 문항카드 4

### [한국공학대학교 문항정보]

| 1. 일반정보 |
|---|

| 유형 | ☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사 | |
|---|---|---|
| 전형명 | 논술(논술우수자) | |
| 해당 대학의 계열(과목)/문항번호 | 공학계열(수학) / 오후 1번 문항 | |
| 출제범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학 Ⅰ |
| | 핵심 개념 및 용어 | 역함수, 평행이동, 지수함수, 로그함수, 그래프, 코사인법칙 |
| 예상소요 시간 | 20분 / 전체 80분 | |

| 2. 문항 및 제시문 |
|---|

# [문제1] [총 30점]

## [1-1] [10점]

함수 $f(x)=2^{x+1}-4$에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $g(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(2) 함수 $y=g(x)$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $a$만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_b x\ (b>0,\ b\neq 1)$ 의 그래프와 점 $(2,1)$에서 만날 때, 두 상수 $a, b$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

## [1-2] [10점]

문제 [1-1]의 (2)에서 구한 $a, b$에 대하여 두 함수

$$y=a^{x+1},\ \ y=-\left(\frac{1}{b}\right)^x+3$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점의 $y$좌표의 합을 $k$라 할 때, $k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

## [1-3] [10점]

문제 [1-2]에서 구한 $k$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=k$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC에서

선분 AB를 $(k+1):1$로 외분하는 점을 D라 하자. $\overline{\mathrm{CD}}=2\sqrt{3}$일 때, 다음 물음에 답하시오.
(1) 삼각형 ADC에서 $\cos(\angle \mathrm{DAC})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.
(2) 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이를 구하는 과정을 서술하시오.

## 3. 출제 의도

지수함수와 로그함수의 그래프의 성질을 이해하고 활용하여 문제를 해결하고, 코사인법칙을 이해하고 이를 활용할 수 있는지를 평가하고자 한다.

1-1. 지수함수와 로그함수의 성질을 이용하여 미지수를 구할 수 있는지를 평가한다.
1-2. 지수함수 그래프의 성질을 이용하여 방정식의 해를 구하고, 두 함수의 교점을 구할 수 있는지를 평가한다.
1-3. 삼각형의 세 변의 길이가 주어졌을 때 코사인법칙을 이용하여 한 각의 크기에 대한 코사인 값을 구할 수 있는지를 평가하고, 삼각형의 두 변의 길이와 그 끼인 각의 코사인 값이 주어졌을때 코사인법칙을 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있는지를 평가한다.

## 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|---|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 제시문 | [수학 Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수<br>[12수학Ⅰ 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. |
| 문제 1-1 | [수학 Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수<br>[12수학Ⅰ 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. |
| 문제 1-2 | [수학 Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수<br>[12수학Ⅰ 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.<br>[12수학Ⅰ 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다. |
| 문제 1-3 | [수학 Ⅰ] - (2) 삼각함수 - ② 사인법칙과 코사인법칙<br>[12수학Ⅰ 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |

나) 자료출처

| 참고도서 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행연도 | 쪽수 |
|---|---|---|---|---|---|
| 고등학교 교과서 | 수학 I | 이준열 외 | 천재교육 | 2020 | 40-57, 97-111 |
| | | 박교식 외 | 동아출판 | 2020 | 36-53, 86-97 |
| | | 고성은 외 | 좋은책신사고 | 2020 | 39-56, 91-104 |

## 5. 문항해설

1-1. 지수함수와 로그함수의 성질을 이용하여 미지수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.
1-2. 두 지수함수 그래프의 교점을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.
1-3. 코사인법칙을 이용하여 삼각형에서 선분의 길이를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

## 6. 채점기준 ※ 선다형의 경우 생략 가능

| 하위문항 | 채점기준 | 배점 |
|---|---|---|
| 문제 1-1 | $g(4)=2$ 를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 평행이동한 그래프 $y=g(x-a)$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $a=2$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | $b=2$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 1-2 | 두 그래프의 교점의 $x$좌표를 구하기 위해 방정식 $2^{x+1}=-\left(\frac{1}{2}\right)^x+3$ 을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 방정식을 $(2\times2^x-1)(2^x-1)=0$으로 바르게 인수분해 한 경우 | 3 |
| | 방정식의 해 $x=-1$ 또는 $x=0$을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | $y$좌표의 합 $k=3$을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 1-3 | $\overline{\mathrm{AD}}=4$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | $\cos(\angle\mathrm{DAC})=\frac{13}{24}$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 선분 BC의 길이의 제곱, $\frac{33}{4}$을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 선분 BC의 길이, $\frac{\sqrt{33}}{2}$을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |

## 7. 예시답안 혹은 정답 ※ 선다형의 경우 정답만 기입

**[1-1]** 함수 $f(x)=2^{x+1}-4$에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $g(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(2) 함수 $y=g(x)$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $a$만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_b x\ (b>0,\ b\neq 1)$ 의 그래프와 점 $(2,1)$에서 만날 때, 두 상수 $a, b$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

**(예시 답안)**

(1) $g(4)=\alpha$라 하면 $f(\alpha)=4$

$4=2^{\alpha+1}-4$, $2^{\alpha+1}=8$, $\alpha+1=3$, $\alpha=2$

따라서 $g(4)=2$

(2) 함수 $y=g(x)$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $a$만큼 평행이동한 그래프는 $y=g(x-a)$

이 그래프가 $(2,1)$을 지나므로 $1=g(2-a)$

역함수의 성질에 의해 $2-a=f(1)$, $2-a=0$, $a=2$

$1=\log_b 2$에서 $b=2$

**[1-2]** 문제 [1-1]의 (2)에서 구한 $a, b$에 대하여 두 함수

$$y=a^{x+1},\quad y=-\left(\frac{1}{b}\right)^x+3$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점의 $y$좌표의 합을 $k$라 할 때, $k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

**(예시 답안)**

$a=2$, $b=2$이므로 두 함수

$$y=2^{x+1},\quad y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x+3$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점의 $x$좌표는

$$2^{x+1}=-\left(\frac{1}{2}\right)^x+3$$

에서

$$2\times(2^x)^2-3\times 2^x+1=0,\ (2\times 2^x-1)(2^x-1)=0$$

$2^x=\frac{1}{2}$ 또는 $2^x=1$

이때 $x=-1$ 또는 $x=0$

$x=-1$일 때 $y=1$, $x=0$일 때 $y=2$이므로 $y$좌표의 합 $k=3$

**[1-3]** 문제 [1-2]에서 구한 $k$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=k$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC에서 선분 AB를 $(k+1):1$로 외분하는 점을 D라 하자. $\overline{\mathrm{CD}}=2\sqrt{3}$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 삼각형 ADC에서 $\cos(\angle\mathrm{DAC})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

(2) 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이를 구하는 과정을 서술하시오.

**(예시 답안)**

(1) $k=3$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=3$, $\overline{\mathrm{AD}}=k+1=4$

이때 $\overline{\mathrm{AC}}=3$, $\overline{\mathrm{AD}}=4$, $\overline{\mathrm{CD}}=2\sqrt{3}$이므로 삼각형 ADC에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle\mathrm{DAC})=\frac{\overline{\mathrm{AC}}^2+\overline{\mathrm{AD}}^2-\overline{\mathrm{CD}}^2}{2\times\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{AD}}}=\frac{3^2+4^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times3\times4}=\frac{13}{24}$$

(2) 삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{\mathrm{BC}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2-2\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\cos(\angle\mathrm{BAC})=3^2+3^2-2\times3\times3\times\frac{13}{24}=\frac{33}{4}$$

따라서 선분 BC의 길이는 $\frac{\sqrt{33}}{2}$

5) 문항카드 5(수학)

## [한국공학대학교 문항정보]

### 1. 일반정보

| 유형 | ☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사 | |
|---|---|---|
| 전형명 | 논술(논술우수자) | |
| 해당 대학의 계열(과목)/문항번호 | 공학계열(수학) / 오후 2번 문항 | |
| 출제범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학Ⅱ |
| | 핵심 개념 및 용어 | 함수의 극한, 미분계수와 도함수, 도함수의 활용, 정적분의 활용 |
| 예상소요 시간 | 20분 / 전체 80분 | |

### 2. 문항 및 제시문

## [문제2] [총 30점]

### [2-1] [10점]

최고차항의 계수가 $1$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = -4$

(나) $f'(2) = 0$

### [2-2] [10점]

문제 [2-1]에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = -4x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

### [2-3] [10점]

문제 [2-1]에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = f(x) + (k+2)x^2 + (k+10)x$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 실수 $k$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

임의의 두 실수 $x_1$, $x_2$에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $g(x_1) \neq g(x_2)$이다.

## 3. 출제 의도

함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있는지와 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있는지를 평가한다.

2-1. 극한값을 가지는 조건, 미분계수의 정의를 알고 있는지를 평가한다.
2-2. 곡선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는지를 평가한다.
2-3. 함수가 실수 전체의 집합에서 증가하기 위한 조건을 알고 있는지를 평가한다.

## 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|---|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 제시문 | [수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - 1 함수의 극한<br>[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 1 미분계수<br>[수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한 값을 구할 수 있다.<br>[수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. |
| 문제 2-1 | [수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - 1 함수의 극한<br>[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 1 미분계수<br>[수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한 값을 구할 수 있다.<br>[수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. |
| 문제 2-2 | [수학Ⅱ] - (3) 적분 - 3 정적분의 활용<br>[수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. |
| 문제 2-3 | [수학Ⅱ] - (2) 미분 - 1 미분계수<br>[수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.<br>[수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. |

나) 자료출처

| 참고도서 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행연도 | 쪽수 |
|---|---|---|---|---|---|
| 고등학교 교과서 | 수학Ⅱ | 고성문 외 | 좋은책 신사고 | 2020 | 19-28, 52-59, 80-86, 133-139 |
| | | 홍성복 외 | 지학사 | 2020 | 20-27, 52-58, 83-93, 141-147 |
| | | 권오남 외 | 교학사 | 2020 | 21-26, 54-59, 88-99, 142-148 |

## 5. 문항해설

2-1. 극한값을 가지는 조건과 미분계수의 값을 이용하여 함수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

2-2. 정적분을 이용하여 곡선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

2-3. 함수가 실수 전체의 집합에서 증가하기 위한 조건을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

## 6. 채점기준 ※ 선다형의 경우 생략 가능

| 하위문항 | 채점기준 | 배점 |
|---|---|---|
| 문제 2-1 | 극한값이 존재하는 조건을 바르게 나타낸 경우 | 3 |
| | $b=-4$를 바르게 구한 경우 | 4 |
| | $a=-2$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 함수 $f(x)=x^3-2x^2-4x$를 바르게 구한 경우 | 1 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 2-2 | 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-4x$가 만나는 점의 $x$좌표를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 정적분 $\int_0^2 \{-4x-(x^3-2x^2-4x)\}dx=\int_0^2(-x^3+2x^2)dx$ 로 바르게 나타낸 경우 | 5 |
| | 정적분의 값을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 2-3 | 함수 $g(x)=x^3+kx^2+(k+6)x$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 함수 $g(x)$가 일대일함수 될 때의 조건을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 판별식으로부터 부등식의 해, $-3\le k\le 6$을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 실수 $k$의 최댓값 6을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |

## 7. 예시답안 혹은 정답 ※ 선다형의 경우 정답만 기입

# [문제2] [총 30점]

## [2-1] [10점]

최고차항의 계수가 $1$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = -4$

(나) $f'(2) = 0$

**(예시 답안)**

함수 $f(x)$를 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 하면 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

조건 (가)에서 $x \to 0$일 때 (분모)$\to 0$이고 극한값이 존재하므로 (분자)$\to 0$

따라서 $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$에서 $f(0) = 0$이므로 $c = 0$

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0)$$

$f'(0) = -4$에서 $b = -4$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 4$$

이므로 조건 (나)에서

$$f'(2) = 12 + 4a - 4 = 0, \ a = -2$$

$a = -2, b = -4, c = 0$이므로 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x$

## [2-2] [10점]

문제 [2-1]에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = -4x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

**(예시 답안)**

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x$이므로

곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = -4x$가

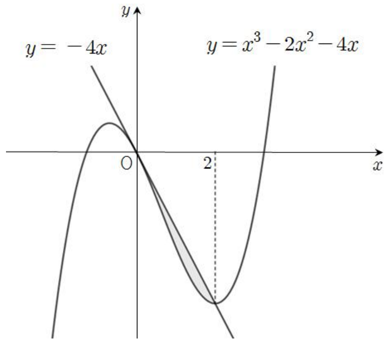
만나는 점의 $x$좌표는

$$x^3 - 2x^2 - 4x = -4x, \ x^3 - 2x^2 = 0, \ x^2(x - 2) = 0$$

에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$이므로 $y = f(x)$와 직선 $y = -4x$

로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S$라 하면

$$S=\int_0^2\{-4x-(x^3-2x^2-4x)\}dx$$
$$=\int_0^2(-x^3+2x^2)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3\right]_0^2=-4+\frac{16}{3}=\frac{4}{3}$$




## [2-3] [10점]

문제 [2-1]에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(k+2)x^2+(k+10)x$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 실수 $k$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

| |
|---|
| 임의의 두 실수 $x_1$, $x_2$에 대하여 $x_1\neq x_2$이면 $g(x_1)\neq g(x_2)$이다. |

**(예시 답안)**

$f(x)=x^3-2x^2-4x$이므로

$$g(x)=x^3+kx^2+(k+6)x$$

임의의 두 실수 $x_1$, $x_2$에 대하여 $x_1\neq x_2$이면 $g(x_1)\neq g(x_2)$인 함수는 일대일함수이다.

삼차함수 $g(x)$의 최고차항의 계수가 양수이고 일대일함수이므로 삼차함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가해야 한다. 따라서 모든 실수 $x$에 대하여 $g'(x)\geq 0$

$g'(x)=3x^2+2kx+k+6$이므로

$$3x^2+2kx+k+6\geq 0$$

이차방정식 $3x^2+2kx+k+6=0$의 판별식을 $D$라 하면

$$D=(2k)^2-12(k+6)\leq 0,\ k^2-3k-18\leq 0,\ (k-6)(k+3)\leq 0$$

에서 $-3\leq k\leq 6$이므로 실수 $k$의 최댓값은 6

6) 문항카드 6

## [한국공학대학교 문항정보]

### 1. 일반정보

| 유형 | ☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사 | |
|---|---|---|
| 전형명 | 논술(논술우수자) | |
| 해당 대학의 계열(과목)/문항번호 | 공학계열(수학) / 오후 3번 문항 | |
| 출제범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학 II |
| | 핵심 개념 및 용어 | 함수의 연속, 미분계수와 도함수, 도함수의 활용, 정적분, 정적분의 활용 |
| 예상소요 시간 | 40분 / 전체 80분 | |

### 2. 문항 및 제시문

# [문제3] [총 40점]

## [3-1] [10점]

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$과 $x=2$에서 극값을 갖는다.

(나) $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{h}=-9$

(다) $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=4$

## [3-2] [15점]

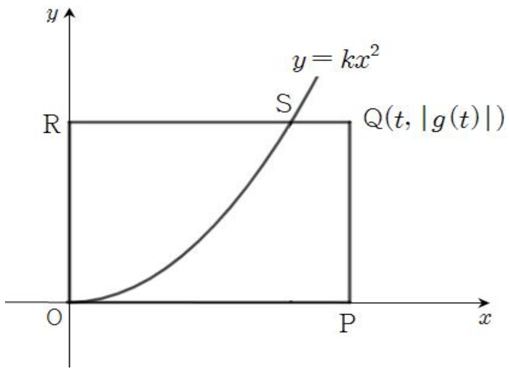
문제 [3-1]에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} 9x+b & (x<a) \\ f(x)-3 & (x\geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $g(x)$의 극댓값과 극솟값의 차가 $2$일 때, $g(x)$를 구하는 과정을 서술하시오. (단, $a, b$는 상수이고, $-1<a<2$이다.)

## [3-3] [15점]

문제 [3-2]에서 구한 함수 $g(x)$와 $1<t<3$인 실수 $t$에 대하여 그림과 같이 좌표평면 위의 함수 $y=|g(x)|$의 그래프 위의 점 $\mathrm{Q}(t, |g(t)|)$에서 $x$축, $y$축에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{P}$, $\mathrm{R}$라 하자. 곡선 $y=kx^2\,(k>0)$이 직사각형 OPQR의 넓이를 이등분할 때, 곡선 $y=kx^2$은 선분 RQ 위의 점 S에서 만난다.




$k$의 값을 $W(t)$라 할 때, $W(t)$를 구하는 과정을 서술하시오. (단, O는 원점이다.)

## 3. 출제 의도

함수의 극한에 대한 성질을 이해하고 함수의 극한값을 구할 수 있는지를 평가하고, 미분계수의 뜻을 알고 그 값을 구할 수 있는지와 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는지를 평가한다.

3-1. 미분계수의 정의를 이해하고 정적분을 이용하여 함수를 구할 수 있는지를 평가한다.
3-2. 함수의 연속성을 이해하고 극대, 극소를 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는지를 평가한다.
3-3. 정적분을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는지를 평가한다.

## 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|---|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 제시문 | [수학Ⅱ] - (2) 미분 - 1 미분계수<br>[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 3 도함수의 활용<br>[수학Ⅱ] - (3) 적분 - 2 정적분 |

| | |
|---|---|
| | [12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.<br>[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.<br>[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 잇다. |
| 문제 3-1 | [수학Ⅱ] - (2) 미분 - 1 미분계수<br>[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 3 도함수의 활용<br>[수학Ⅱ] - (3) 적분 - 2 정적분<br>[12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.<br>[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.<br>[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 잇다. |
| 문제 3-2 | [수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - 2 함수의 연속<br>[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 3 도함수의 활용<br>[수학Ⅱ01-03] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한 값을 구할 수 있다.<br>[수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.<br>[수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. |
| 문제 3-3 | [수학Ⅱ] - (2) 미분 - 3 도함수의 활용<br>[수학Ⅱ] - (3) 적분 - 3 정적분의 활용<br>[수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.<br>[수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. |

나) 자료출처

| 참고도서 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행연도 | 쪽수 |
|---|---|---|---|---|---|
| 고등학교 교과서 | 수학Ⅱ | 고성문 외 | 좋은책 신사고 | 2020 | 30-34, 53-60, 80-86, 87-92, 119-126, 133-139 |
| | | 홍성복 외 | 지학사 | 2020 | 31-35, 52-58, 83-93, 124-135, 141-147 |
| | | 이준열 외 | 천재교육 | 2020 | 30-34, 53-59, 83-90, 91-97, 121-127, 132-139 |

## 5. 문항해설

3-1. 미분계수의 정의를 이해하고 정적분을 이용하여 함수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

3-2. 함수의 연속성을 이해하고 극대, 극소를 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

3-3. 정적분을 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

## 6. 채점기준 ※ 선다형의 경우 생략 가능

| 하위문항 | 채점기준 | 배점 |
|---|---|---|
| 문제 3-1 | 도함수 $f'(x)=3ax(x-2)$를 바르게 구한 경우 | 2 |
| | $a=1$을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 적분 상수 $C=3$을 바르게 구한 경우 | 4 |
| | 함수 $f(x)=x^3-3x^2+3$을 바르게 구한 경우 | 1 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 3-2 | $a$와 $b$의 관계식 $b=a^3-3a^2-9a$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $-1<a<0$일 때, 주어진 조건을 만족시키지 않음을 바르게 설명한 경우 | 4 |
| | $0\le a<2$일 때, $a=1$을 바르게 구한 경우 | 5 |
| | $b=-11$을 바르게 구한 경우 | 2 |
| | 함수 $g(x)=\begin{cases} 9x-11 & (x<1) \\ x^3-3x^2 & (x\ge 1) \end{cases}$을 바르게 구한 경우 | 1 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |
| 문제 3-3 | 곡선 $y=kx^2$과 직선 $y=\lvert g(t)\rvert$의 교점 S의 $x$좌표를 $\alpha$라 할 때, 식 $k\alpha^2=-t^3+3t^2$을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 곡선 $y=kx^2$과 직선 $y=\lvert g(t)\rvert$로 둘러싸인 부분의 넓이를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 곡선 $y=kx^2$이 직사각형 OPQR의 넓이를 이등분함을 이용하여 $(-t^3+3t^2)\alpha-\frac{k}{3}\alpha^3=\frac{1}{2}\times t\times(-t^3+3t^2)$을 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $\alpha=\frac{3}{4}t$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | $W(t)=\frac{16}{9}(3-t)$를 바르게 구한 경우 | 3 |
| | 무응답 또는 그 외의 오답 | 0 |

7. 예시답안 혹은 정답 ※ 선다형의 경우 정답만 기입

## [문제3] [총 40점]

### [3-1] [10점]

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$를 구하는 과정을 서술하시오.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$과 $x=2$에서 극값을 갖는다.

(나) $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{h}=-9$

(다) $\int_{-1}^{1} f(x)dx=4$

**(예시 답안)**

삼차함수 $f(x)$의 최고차항의 계수를 $a\ (a\neq 0)$라 하면 조건 (가)에서 $f'(0)=0$, $f'(2)=0$

이므로 $f'(x)=3ax(x-2)$

조건 (나)에서

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0}3\times\frac{f(1+3h)-f(1)}{3h}=3f'(1)=-9$$

이므로 $f'(1)=-3$, $-3a=-3$, $a=1$

$f'(x)=3x(x-2)=3x^2-6x$이고 $f(x)=x^3-3x^2+C$ ($C$는 적분상수)

조건 (다)에서

$$\int_{-1}^{1}(x^3-3x^2+C)dx=2\int_{0}^{1}(-3x^2+C)dx=2\left[-x^3+Cx\right]_0^1=-2+2C=4$$

에서 $C=3$

따라서 $f(x)=x^3-3x^2+3$

### [3-2] [15점]

문제 [3-1]에서 구한 함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}9x+b & (x<a)\\ f(x)-3 & (x\geq a)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $g(x)$의 극댓값과 극솟값의 차가 2일 때, $g(x)$를 구하는 과정을 서술하시오. (단, $a$, $b$는 상수이고, $-1<a<2$이다.)

**(예시 답안)**

함수 $g(x)$는 $x=a$에서 연속이므로

$$\lim_{x\to a-} g(x)=\lim_{x\to a+} g(x)=g(a)$$

$$9a+b=f(a)-3,\ b=f(a)-3-9a$$

이때 $f(a)=a^3-3a^2+3$이므로

$$b=a^3-3a^2-9a \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ㉠$$

$g(x)$의 극댓값과 극솟값은 $a$의 값의 범위에 따라 달라진다.

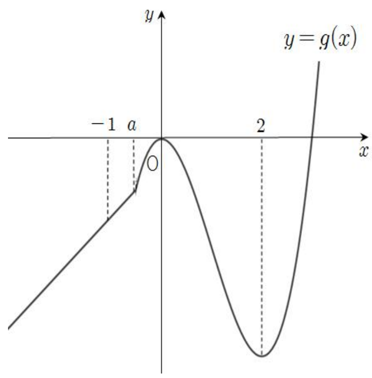
$h(x)=f(x)-3$이라 하면 $h(x)=x^3-3x^2$이고 $h'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$

$h'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$이므로 함수 $h(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $x$ | $\cdots$ | $0$ | $\cdots$ | $2$ | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $h(x)$ | ↗ | $0$(극대) | ↘ | $-4$(극소) | ↗ |

(ⅰ) $-1<a<0$일 때,

함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극댓값 $0$, $x=2$에서 극솟값 $-4$를 가지므로 극댓값과 극솟값의 차가 $4$가 되어 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

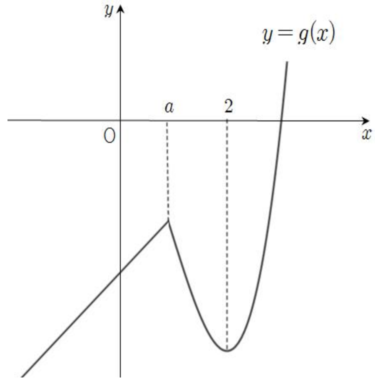



(ⅱ) $0\le a<2$일 때,

함수 $g(x)$는 $x=a$에서 극댓값 $f(a)-3$, $x=2$에서 극솟값 $-4$를 갖는다.
극댓값과 극솟값의 차는 $f(a)+1$이므로
$f(a)+1=2$에서

$$a^3-3a^2+2=0,\ (a-1)(a^2-2a-2)=0$$

$$a=1 \text{ 또는 } a=1-\sqrt{3} \text{ 또는 } a=1+\sqrt{3}$$



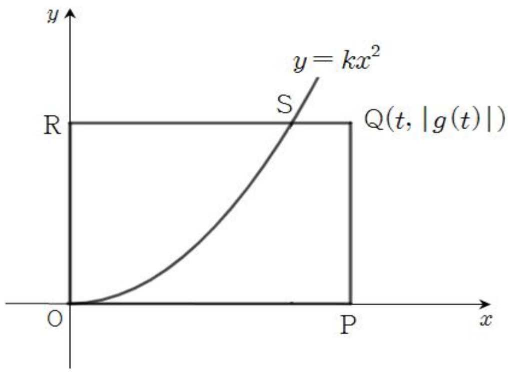
$0 \le a < 2$ 이므로 $a=1$ 이고 ㉠에서 $b= -11$

따라서 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} 9x-11 & (x<1) \\ x^3-3x^2 & (x \ge 1) \end{cases}$$

## [3-3] [15점]

문제 [3-2]에서 구한 함수 $g(x)$와 $1<t<3$인 실수 $t$에 대하여 그림과 같이 좌표평면 위의 함수 $y=|g(x)|$의 그래프 위의 점 $\mathrm{Q}(t, |g(t)|)$에서 $x$축, $y$축에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{P}$, $\mathrm{R}$라 하자. 곡선 $y=kx^2\,(k>0)$이 직사각형 OPQR의 넓이를 이등분할 때, 곡선 $y=kx^2$은 선분 RQ 위의 점 S에서 만난다.




$k$의 값을 $W(t)$라 할 때, $W(t)$를 구하는 과정을 서술하시오. (단, O는 원점이다.)

**(예시 답안)**

함수

$$g(x)=\begin{cases} 9x-11 & (x<1) \\ x^3-3x^2 & (x \ge 1) \end{cases}$$

에서 $1<x<3$일 때 $|g(x)|= -x^3+3x^2$ 이고 $1<t<3$ 이므로 $|g(t)|= -t^3+3t^2$

곡선 $y=kx^2$과 직선 $y=|g(t)|$의 교점 S의 $x$좌표를 $\alpha\,(0<\alpha<t)$라 하면 $k\alpha^2=|g(t)|$

즉,

$$k\alpha^2 = -t^3+3t^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ㉠$$

$0 \le x \le \alpha$에서 곡선 $y = kx^2$과 직선 $y = |g(t)|$로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\int_0^{\alpha} (-t^3 + 3t^2 - kx^2)\,dx = (-t^3 + 3t^2)\alpha - \frac{k}{3}\alpha^3$$

직사각형 OPQR의 넓이는 $t \times |g(t)| = t \times (-t^3 + 3t^2)$이다.

곡선 $y = kx^2$이 직사각형 OPQR의 넓이를 이등분하므로

$$(-t^3 + 3t^2)\alpha - \frac{k}{3}\alpha^3 = \frac{1}{2} \times t \times (-t^3 + 3t^2) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{㉡}$$

㉠과 ㉡에서

$$k\alpha^2 \times \alpha - \frac{k}{3}\alpha^3 = \frac{1}{2} \times t \times k\alpha^2,\ \ \frac{2}{3}k\alpha^3 = \frac{1}{2} \times t \times k\alpha^2 \text{ 에서 } \alpha = \frac{3}{4}t$$

이때 곡선 $y = kx^2$은 점 $\left(\frac{3}{4}t,\ -t^3 + 3t^2\right)$을 지나므로

$$-t^3 + 3t^2 = k\left(\frac{3}{4}t\right)^2, \quad k = \frac{16}{9}(3 - t)$$

따라서 $W(t) = \frac{16}{9}(3 - t)$ (단, $1 < t < 3$ )

## 3. 면접평가

### <학생부종합(KPU창의인재)>전형

(1) 면접형태

- 학교생활기록부·자기소개서 내용 확인 위주의 면접
  (선행학습을 유발할 수 있는 교과지식에 관련된 질문은 지양)
- 평가항목 : 인성, 학업역량, 전공적합성, 발전가능성 등 4개 항목
- 평가방법 : 4개 항목을 8단계(A~H)로 평가
- 면접위원 : 입학사정관 2명(2:1 면접)
- 면접시간 : 10분 내외