



## 연세대

[연세대 파이널 수업내용]

연계 1.  $(a, b)$ 가  $\frac{a^2}{9} + \frac{b^2}{4} = 1$ 을 만족시킬 때,  $ax + by = 1$ 을 만족하는  $(x, y)$ 의 자취(부등식의 영역) 구하여라.

연계 2.  $(x-t)^2 + (y-t)^2 + (z-t)^2 = 1$ 을 만족하는 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $\frac{x+2y+3z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ 의 최댓값  $f(t)$ 를 구하시오.

이 과정에서  $\frac{x+2y+3z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \sqrt{14}(1, 2, 3) \cdot (x, y, z)$ 처럼 내적으로 해석하여 문제를 접근하는 방법 설명

[연세대 오후 문제 4]

집합  $C = \left\{ (a, b) \mid \frac{\sqrt{2}}{2}a + \frac{\sqrt{2}}{2}b \geq 0, \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b \geq 0 \right\}$ 에 대해  $ax + by \geq 0$ 을 만족하는 점  $(x, y)$ 의 집합을  $D$ 라 하자.

(1)  $D$ 의 경계를 표현하라.

(2) 집합  $B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ 에 대해  $S(B \cap C)$ 와  $S(B \cap D)$ 를 구하여라. (단,  $S(P \cap Q)$ 는  $P \cap Q$ 에 해당하는 영역의 넓이다.)

(3) 집합  $E = \{(a, b) \mid (\cos\theta)a + (\sin\theta)b \geq 0, (\cos w)a + (\sin w)b \geq 0\} \left( 0 < \theta < w < \frac{\pi}{2} \right)$ 에 대해  $ax + by \geq 0$ 을 만족하는 점  $(x, y)$ 의 집합을  $D'$ 이라 하자.  $D'$ 의 경계를 표현하라.

[연세대 파이널 수업내용]

$f(0) = f(2) = 0, |f'(x)| \leq 1$ 를 만족할 때  $f(x)$ 의 범위를 구하여라. 이를 이용하여  $\int_a^b f(x) dx$ 의 범위를 구하여라.

[연세대 오후 문제 3]

연속함수  $f(x)$ 가  $|f'(x)| \leq 1$ 을 만족한다.

실수  $a, b$  ( $0 < b < 1$ )에 대해  $I = \int_{-1}^{-b} \frac{f(a+x)}{x} dx + \int_b^1 \frac{f(a+x)}{x} dx$ 일 때,  $a, b$ 값에 관계없이  $|I| \leq 2$ 임을 보여라.

[정규반 수업내용]

$(x-2)^2 + y^2 = 1$ 인 원에 원점에서 그은 직선과 원과의 두 교점의 중점을  $P$ 라 할 때 자취의 방정식 구해보시오.

[연세대 오후 문제 2]

원  $C: (x-a)^2 + y^2 = 1$ 인 원  $C$ 에 원점에서 그은 두 접선과 원의 접점을  $P, Q$ 라 하자. 이 때, 원과 두 점에서 만나는 직선의 원과의 두 교점의 중점을  $M$ 이라 할 때,  $M$ 의 자취를  $L$ , 그 길이를  $l$ 이라 하자.  $\angle POQ = \theta$ 라 할 때,  $l$ 을  $\theta$ 에 관한 식으로 나타내고,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} l$ 의 값을 구하여라.



## 한양대

[한양대 파이널 수업내용]

이항계수의 성질( $\sum_{k=1}^n k {}_nC_k$  등) 유도방법 정리 후 주사위를 던지는 시행에서 3의 배수의 눈이 홀수번 또는 짝수번 나올 확률을 풀이

논제 1.  $\sum_{k=1}^n k(k-1) {}_nC_k$ 을 구하여라.

논제 2.  $\sum_{k=1}^n k^2 {}_nC_k$ 을 구하여라.

논제 3. 첫 번째 시행에서 하나의 주사위를  $n$ 번 던진다. 두 번째 시행에서는 첫 번째 시행에서 3의 배수가 아닌 눈이 나온 횟수만큼 주사위를 던진다. 이때 첫 번째와 두 번째 시행에서 3의 배수의 눈

이 나온 횟수의 합을 확률변수  $X$ 라고 하자.  $\sum_{k=0}^n a_k = \sum_{k=0}^n 2^k P(X=k)$ 를 구하여라.

[한양대 오후1 문제 1]

논제 1. 주사위를  $n$ 번 던질 때 숫자 3이 짝수번 나올 확률을 구하여라.

논제 2. 주사위를  $n$ 번 던질 때 3이  $k$ 번 나올 때  $100k(k-1)(k-2)$ 원을 주는 시행을 한다. 기댓값을 구하시오.

논제 3.  $n$ 번 던지고 3이  $2k$ 번 나오면  $3k$ 원때의 기댓값과  $n$ 번 던지고 3이  $2k$ 번이 아닌 횟수가 나오면  $3k$ 원 주는 기댓값 중 뭐가 더 큰가? 더 큰 것과 작은 것의 차는 얼마인가?

## 서울시립대

[서울시립대 파이널 수업내용]

$f(x) = e^{-x} \sin x$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 넓이 구하기

[기출문제]

수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = \int_{(n-\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{1}{2})\pi} |e^{-x} \cos x| dx$ 일 때, 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 합을 구하시오.

[정규반 수업내용]

오각형의 한 변의 길이가 1일 때 대각선의 길이를 구해보시오. 주어진 다면체의 이면각을 구해보시오.

[시립대 기출문제]

한 변의 길이가 2인 정오각형의 한 대각선의 길이를 구하시오. 정오각형의 대각선을 접었을 때 두 면이 이루는 이면각을  $\theta$ 라 할 때  $\cos \theta$ 를 구해보시오.



## 경희대

[경희대 파이널 수업내용]

반원에 내접하는 원들의 중심의 자취의 방정식을 구하고 자취에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.

[경희대 기출문제]

사분원에 내접하는 원들의 중심을  $a(r)$ 이라 할 때 그 식을 구하고  $a(r)$  내부에 있는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.

## 송실대

[송실대 파이널 수업내용]

한 변의 길이가  $a$ 인 사면체에 내접하는 구의 반지름을 구해보시오.

역함수의 정적분을 치환적분을 이용하여 계산해보시오.

[송실대 기출문제]

사면체에 내부에 있는 구의 최대 반지름의 길이를 구하시오.

역함수의 정적분을 계산해보시오.

## 광운대

[광운대 파이널 수업내용]

주어진 집합이 무한집합임을 귀류법을 이용해 설명해보시오.

주어진 함수가 일대일 대응일 때 역함수도 일대일 대응임을 보이시오.

[광운대 기출문제]

무한집합-유한집합이 무한집합임을 설명해보시오.

주어진 함수가 일대일 대응임을 보이시오.

## 이화여대

[이화여대 파이널 수업내용]

아래와 같은 항등식으로 주어진 함수의 연속성과 미분가능성 판정문제

함수  $f(x)$ 는 임의의 실수  $a, b$ 에 대하여  $f(a+b) = \frac{f(a)f(b)}{2020}$  를 만족한다.

논제 1. 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 연속이면 모든 실수  $a$ 에 대하여  $x=a$ 에서 연속임을 보이시오.

논제 2. 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 미분가능하면, 모든 실수  $a$ 에 대하여  $x=a$ 에서 미분가능함을 보이시오.

[이화여대 기출문제]

정의역과 공역이 실수 전체의 집합이며 일대일대응인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $a, b$ 에 대하여 다음 등식을 만족시킨다.

$$f(a+f(b)) = f(a) + b$$

논제 1.  $f(0)$ 의 값을 구하고, 모든 실수  $b$ 에 대하여  $f(f(b)) = b$ 임을 보이시오.

## 2020학년도 수리논술 적중사례



문제 2. 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 연속일 때,  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속임을 보이시오.

문제 3. 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 미분가능할 때,  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능함을 보이고, 함수  $f(x)$ 를 모두 구하시오.