



연세대

[연세대 파이널 수업내용]

연계 1. (a, b) 가 $\frac{a^2}{9} + \frac{b^2}{4} = 1$ 을 만족시킬 때, $ax + by = 1$ 을 만족하는 (x, y) 의 자취(부등식의 영역) 구하여라.

연계 2. $(x-t)^2 + (y-t)^2 + (z-t)^2 = 1$ 을 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+2y+3z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ 의 최댓값 $f(t)$ 를 구하시오.

이 과정에서 $\frac{x+2y+3z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \sqrt{14}(1, 2, 3) \cdot (x, y, z)$ 처럼 내적으로 해석하여 문제를 접근하는 방법 설명

[연세대 오후 문제 4]

집합 $C = \left\{ (a, b) \mid \frac{\sqrt{2}}{2}a + \frac{\sqrt{2}}{2}b \geq 0, \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b \geq 0 \right\}$ 에 대해 $ax + by \geq 0$ 을 만족하는 점 (x, y) 의 집합을 D 라 하자.

(1) D 의 경계를 표현하라.

(2) 집합 $B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ 에 대해 $S(B \cap C)$ 와 $S(B \cap D)$ 를 구하여라. (단, $S(P \cap Q)$ 는 $P \cap Q$ 에 해당하는 영역의 넓이다.)

(3) 집합 $E = \{(a, b) \mid (\cos\theta)a + (\sin\theta)b \geq 0, (\cos w)a + (\sin w)b \geq 0\}$ ($0 < \theta < w < \frac{\pi}{2}$)에 대해 $ax + by \geq 0$ 을 만족하는 점 (x, y) 의 집합을 D' 이라 하자. D' 의 경계를 표현하라.

[연세대 파이널 수업내용]

$f(0) = f(2) = 0, |f'(x)| \leq 1$ 를 만족할 때 $f(x)$ 의 범위를 구하여라. 이를 이용하여 $\int_a^b f(x) dx$ 의 범위를 구하여라.

[연세대 오후 문제 3]

연속함수 $f(x)$ 가 $|f'(x)| \leq 1$ 을 만족한다.

실수 a, b ($0 < b < 1$)에 대해 $I = \int_{-1}^{-b} \frac{f(a+x)}{x} dx + \int_b^1 \frac{f(a+x)}{x} dx$ 일 때, a, b 값에 관계없이 $|I| \leq 2$ 임을 보여라.

[정규반 수업내용]

$(x-2)^2 + y^2 = 1$ 인 원에 원점에서 그은 직선과 원과의 두 교점의 중점을 P 라 할 때 자취의 방정식 구해보시오.

[연세대 오후 문제 2]

원 $C: (x-a)^2 + y^2 = 1$ 인 원 C 에 원점에서 그은 두 접선과 원의 접점을 P, Q 라 하자. 이 때, 원과 두 점에서 만나는 직선의 원과의 두 교점의 중점을 M 이라 할 때, M 의 자취를 L , 그 길이를 l 이라 하자. $\angle POQ = \theta$ 라 할 때, l 을 θ 에 관한 식으로 나타내고, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} l$ 의 값을 구하여라.



한양대

[한양대 파이널 수업내용]

이항계수의 성질($\sum_{k=1}^n k {}_n C_k$ 등) 유도방법 정리 후 주사위를 던지는 시행에서 3의 배수의 눈이 홀수번 또는 짝수번 나올 확률 풀이

논제 1. $\sum_{k=1}^n k(k-1) {}_n C_k$ 을 구하여라.

논제 2. $\sum_{k=1}^n k^2 {}_n C_k$ 을 구하여라.

논제 3. 첫 번째 시행에서 하나의 주사위를 n 번 던진다. 두 번째 시행에서는 첫 번째 시행에서 3의 배수가 아닌 눈이 나온 횟수만큼 주사위를 던진다. 이때 첫 번째와 두 번째 시행에서 3의 배수의 눈이 나온 횟수의 합을 확률변수 X 라고 하자. $\sum_{k=0}^n a_k = \sum_{k=0}^n 2^k P(X=k)$ 를 구하여라.

[한양대 오후1 문제 1]

논제 1. 주사위를 n 번 던질 때 숫자 3이 짝수번 나올 확률을 구하여라.

논제 2. 주사위를 n 번 던질 때 3이 k 번 나올 때 $100k(k-1)(k-2)$ 원을 주는 시행을 한다. 기댓값을 구하시오.

논제 3. n 번 던지고 3이 $2k$ 번 나오면 $3k$ 원때의 기댓값과 n 번 던지고 3이 $2k$ 번이 아닌 횟수가 나오면 $3k$ 원 주는 기댓값 중 뭐가 더 큰가? 더 큰 것과 작은 것의 차는 얼마인가?

서울시립대

[서울시립대 파이널 수업내용]

$f(x) = e^{-x} \sin x$ 와 x 축으로 둘러싸인 넓이 구하기

[기출문제]

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = \int_{(n-\frac{1}{2})\pi}^{(n+\frac{1}{2})\pi} |e^{-x} \cos x| dx$ 일 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 합을 구하시오.

[정규반 수업내용]

오각형의 한 변의 길이가 1일 때 대각선의 길이를 구해보시오. 주어진 다면체의 이면각을 구해보시오.

[시립대 기출문제]

한 변의 길이가 2인 정오각형의 한 대각선의 길이를 구하시오. 정오각형의 대각선을 접었을 때 두 면이 이루는 이면각을 θ 라 할 때 $\cos \theta$ 를 구해보시오.



경희대

[경희대 파이널 수업내용]

반원에 내접하는 원들의 중심의 자취의 방정식을 구하고 자취에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.

[경희대 기출문제]

사분원에 내접하는 원들의 중심을 $a(r)$ 이라 할 때 그 식을 구하고 $a(r)$ 내부에 있는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.

송실대

[송실대 파이널 수업내용]

한 변의 길이가 a 인 사면체에 내접하는 구의 반지름을 구해보시오.

역함수의 정적분을 치환적분을 이용하여 계산해보시오.

[송실대 기출문제]

사면체에 내부에 있는 구의 최대 반지름의 길이를 구하시오.

역함수의 정적분을 계산해보시오.

광운대

[광운대 파이널 수업내용]

주어진 집합이 무한집합임을 귀류법을 이용해 설명해보시오.

주어진 함수가 일대일 대응일 때 역함수도 일대일 대응임을 보이시오.

[광운대 기출문제]

무한집합-유한집합이 무한집합임을 설명해보시오.

주어진 함수가 일대일 대응임을 보이시오.

이화여대

[이화여대 파이널 수업내용]

아래와 같은 항등식으로 주어진 함수의 연속성과 미분가능성 판정문제

함수 $f(x)$ 는 임의의 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b) = \frac{f(a)f(b)}{2020}$ 를 만족한다.

논제 1. 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면 모든 실수 a 에 대하여 $x=a$ 에서 연속임을 보이시오.

논제 2. 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하면, 모든 실수 a 에 대하여 $x=a$ 에서 미분가능함을 보이시오.

[이화여대 기출문제]

정의역과 공역이 실수 전체의 집합이며 일대일대응인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 a, b 에 대하여 다음 등식을 만족시킨다.

$$f(a+f(b)) = f(a) + b$$

논제 1. $f(0)$ 의 값을 구하고, 모든 실수 b 에 대하여 $f(f(b)) = b$ 임을 보이시오.

2020학년도 수리논술 적중사례



문제 2. 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속임을 보이시오.

문제 3. 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능할 때, $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능함을 보이고, 함수 $f(x)$ 를 모두 구하시오.